3.6- بڑے اعداد کو معیاری شکل میں ظاہر کرنا

مندرجہ ذیل پیٹرن(Pattern) کو دیکھئے :

1. $14335 = 1433.5 \times 10 = 1433.5 \times 10^1$

2. $14335 = 143.35 \times 100 = 143.35 \times 10^2$

3. $14335 = 14.335 \times 1000 = 14.335 \times 10^3$

4. $14335 = 1.4335 \times 10000 = 1.4335 \times 10^4$

5. $14335 = .14335 \times 100000 = .14335 \times 10^6$

مندرجہ بالا سبھی اعداد میں چوتھی شکل عدد کا معیاری شکل(Standard Form) ہے۔ جب کسی عدد کو 1.0 اور 9.9 یا اُس کے بیچ کے ایک اعشاریہ عدد اور 10 کے قوت نما کے حاصل ضرب کی شکل میں ظاہر کیا جاتا ہے۔ تو عدد کی اس شکل کو معیاری شکل کہتے ہیں۔

اوپر کی تیسری شکل کا عدد $14335 = 14.335 \times 1000 = 14.335 \times 10^3$ معیاری شکل میں ہے؟ نہیں، کیوں کہ $14.335 > 1.0$ اور 9.9 سے اور اس کے بیچ کی کسی بھی اعشاریہ عدد سے اب کیا عدد 14335×10^6. معیاری شکل میں ہے؟ نہیں، کیوں کہ $14335 > 1.0$. اور 9.9 اور اس کے بیچ کے کسی بھی اعشاریہ عدد سے۔

دھیان دیجئے 14335 کو 14.335×1000 یا 14335×100000. اور 14.335×10^3 یا $\times 10^5$ 14335. کی شکل میں ظاہر کیا جاسکتا ہے۔ لیکن یہ 14335 کی معیاری شکل نہیں ہے۔

ہمارے نظام قمری یا گلیکسی کے مرکز سے سورج کی دوری یعنی :

300,000,000,000,000,000,000, میٹر کو 3.0×10^{20} میٹر کی شکل میں لکھا جا سکتا ہے۔

اسی طرح زمین کا وزن

= 5,976,000,000,000,000,000,000,000 کیلوگرام

$= 5.976 \times 10^{24}$

کیا آپ اس بات سے اتفاق رکھتے ہیں کہ پڑھنے، سمجھنے اور موازنہ کرنے کے نقطہ سے معیاری شکل میں لکھا یہ عدد اس 25 ہندسوں والے عدد کے مقابلے میں بہت زیادہ سہل اور آسان ہے۔

اب یورینس سیارے کا وزن

© copyright reserved to BSTBPC, Government of BIHAR (www.bstbpc.gov.in).
Publishing web/app/books will be a crime. Published by Abdiel Solutions (www.absol.in)

کیلوگرام $=86,000,000,000,000,000,000,000$

$=8.68\times10^{25}$ کیلوگرام ہے

اب مندرجہ بالا دونوں عبارتوں میں صرف 10 کی قوتوں کا موازنہ کر کے ہی آپ یہ کہہ سکتے ہیں کہ یورینس سیارے کا وزن زمین سے زیادہ ہے۔

مثال : 12- مندرجہ ذیل اعداد کو معیاری شکل میں ظاہر کیجئے :

(i) 725.34 (ii) 956.230 (iii) 434.000 (iv) 800.403.000

حل :

(i) $725.34 = 7/2534\times 100 = 7.2534\times 102$

(ii) $956230 = 9.56230\times 100000 = 9.5623\times 10^5$

(iii) $434000 = 4.34000\times 100000 = 4.34\times 10^5$

(iv) $800403000 = 8.00403\times 100000000 = 8.00403\times 10^8$

اوپر کی مثال سے ظاہر ہے کہ کسی عدد کو معیاری شکل میں بدلتے وقت 10 کا قوت ذیل کی طرح سے بھی حاصل کر سکتے ہیں۔

سب سے پہلے اعشاریہ نقطہ سے بائیں طرف کے اعداد کو ہندسوں کو گنتے ہیں۔ اعشاریہ نقطہ نہیں رہنے پر نقطہ کا قیاس دائیں طرف کر لیتے ہیں۔ پھر حاصل عدد میں سے 1 گھٹا کر جو حاصل ہوتا ہے۔ وہی 10 کی قوت ہوتی ہے۔ مثال (1) میں عدد 725.34 ہے۔ اس میں اعشاریہ کے بائیں طرف تین عدد ہیں۔ اس لیے 10 کی قوت = $3-1=2$ ہوگا۔

اس لیے $725.34 = 7.2534\times 10^2$

اسی طرح مثال (2) میں عدد 956230 میں دائیں سرے پر نقطہ کا قیاس کرنے پر نقطہ کے بائیں طرف کل 6 ہندسے ہیں۔ اس لیے 10 کی قوت $6-1=5$ ہوگا۔

اس لیے $956230 = 9.5623\times 10^5$

سوالنامہ

-1 مندرجہ ذیل اعداد کو پھیلی ہوئی شکل میں لکھئے :

(i) 389505 (ii) 2005183 (iii) 230829 (iv) 30079 (v) 8324750

© copyright reserved to BSTBPC, Government of BIHAR (www.bstbpc.gov.in).
Publishing web/app/books will be a crime. Published by Abdiel Solutions (www.absol.in)

-2 مندرجہ ذیل پھیلی ہوئی شکل میں سے ہر ایک کے لیے عدد معلوم کیجئے :

(i) $9 \times 10^4 + 5 \times 10^3 + 0 \times 10^2 + 5 \times 10^1 + 4 \times 10^0$

(ii) $7 \times 10^5 + 8 \times 10^3 + 4 \times 10^2 + 7 \times 10^0$

(iii) $6 \times 10^4 + 5 \times 10^2 + 7 \times 10^0$

(iv) $8 \times 10^5 + 3 \times 10^2 + 8 \times 10^1$

-3 مندرجہ ذیل اعداد کو معیاری شکل میں ظاہر کیجئے :

(i) 7,00,00,000 (ii) 8,000,000 (iii) 416,000,000

(iv) 456,234 (v) 9634.21 (vi) 72439.62

-4 مندرجہ ذیل اقوال میں ظاہر ہونے والے اعداد کو معیاری شکل میں لکھئے :

(i) زمین کا قطر 12756000 میٹر ہے۔

(ii) مارچ 2001 میں ہندوستان کی آبادی 1.27.000.000 تھی۔

(iii) سورج کا قطر 1,400,000,000 میٹر ہے۔

(iv) وہ مقام جہاں ہوا کا گذر نہ ہو، میں روشنی کی رفتار 300,000,000 میٹر/سکنڈ ہے۔

(v) نظام شمسی 12,000,000,000 سال پرانا تحقیق کیا گیا ہے۔

(vi) ایک نظام قمری میں اوسط 100,000,000,000 تارے ہیں۔

(vii) نظام قمری کے وسط سے سورج کی دوری 300,000,000,000,000,000,000 میٹر تحقیق کی گئی ہے۔

(viii) 1.8 گرام وزن والے پانی کی ایک بوند میں 60,230,000,000,000,000,000,000 جراثیم ہوتے ہیں۔

(ix) زمین میں 1,353,000,000 کیلومیٹر^3 سمندر کا پانی ہے۔

-5 مندرجہ ذیل اقوال میں ظاہر ہونے والی دوریوں کو معیاری شکل میں ظاہر کرتے ہوئے گھٹتی ترتیب میں لکھئے :

(i) سورج اور ستارۂ زحل کے بیچ کی دوری 1,433,500,000,000 میٹر ہے۔

(ii) ستارۂ زحل اور یورینس کے بیچ کی دوری 1,439,000,000,000 میٹر ہے۔

(iii) سورج اور زمین کے بیچ کی دوری 149,600,000,000 میٹر ہے۔

(iv) زمین اور چاند کے بیچ کی دوری 384,000,000 میٹر ہے۔

© copyright reserved to BSTBPC, Government of BIHAR (www.bstbpc.gov.in).
Publishing web/app/books will be a crime. Published by Abdiel Solutions (www.absol.in)

ہم نے سیکھا

1- بڑے عددوں کو قوتوں کا استعمال کر کے مختصر شکل میں لکھتے ہیں۔ جس سے بڑے عددوں کو پڑھنے، سمجھنے، موازنہ کرنے اور ان پر عملیات کرنے میں آسانی اور سہولت ہوتی ہیں۔

2- عدد $10^5 = 100000$ اسے 10 کے اوپر قوت نما 5 پڑھا جاتا ہے۔ ہم یہ بھی کہتے ہیں کہ 10 کی پانچویں قوت نما 100000 ہے۔ یہاں 10 قاعدہ ہے اور 5 اس کا قوت نما ہے۔

3- قوت نمائی شکل میں اعداد کچھ اصولوں کی تعمیل کرتے ہیں، جو اس طرح ہیں:

کسی غیر صفر (Non-Zero) اعداد صحیح a اور b اور مکمل اعداد m اور n کے لیے

(i) $a^m \times a^n = a^{mn}$

(ii) $a^m \div a^n = a^{mn}, m > n$

(iii) $(a^m)^n = a^{mn}$

(iv) $a^m \times b^m = (ab)^m$

(v) $a^m \div b^m = \left(\frac{a}{b}\right)^m$

(vi) $a^0 = 1$

(vii) $(-1)^{\text{جفت عدد}} = 1$

$(-1)^{\text{جفت عدد}} = -1$

© copyright reserved to BSTBPC, Government of BIHAR (www.bstbpc.gov.in).
Publishing web/app/books will be a crime. Published by Abdiel Solutions (www.absol.in)

باب: 9

الجبرائی عبارت

9.1: تمہید

ہم $x+3, y-5, 4x+5, 10y-5$ جیسے سہل الجبرائی عبارت سے متعارف ہو چکے ہیں۔ درجہ 6 میں ہم نے دیکھا تھا کہ یہ عبارت کس طرح پہیلیوں اور مسئلوں کو ایک منظم ڈھنگ سے پیش کرنے یں معاون ہوتے ہیں۔ ہم سہل مساواتوں والے باب میں بھی عبارتوں کی بہت ساری مثالوں کو دیکھ چکے ہیں۔

الجبرائی ریاضی میں عبارتوں (Expressions) کو ایک مرکزی تصور مانا جاتا ہے۔ یہ باب الجبرائی عبارتوں سے متعلق ہیں۔ اس باب میں ہم مطالعہ کریں گے کہ الجبرائی عبارت کس طرح بنتے ہیں؟ انھیں کس طرح سجایا (ملایا) جاتا ہے۔ ان کی قیمت ہم کیسے معلوم کر سکتے ہیں اور ان کا کس طرح استعمال کیا جا سکتا ہے۔

9.2- الجبرائی عبارت

پچھلی جماعت میں ہم نے دیکھا کہ کچھ متغیر (Variable) اور غیر متغیر (Constant) کو ملا کر بڑی عبارت بنایا گیا ہے۔ ان بڑی عبارتوں کو بنانے کے لے متغیر اور غیر متغیر کو جوڑ، گھٹاؤ، ضرب اور تقسیم کے عمل کے ذریعہ ملایا جاتا ہے۔ جیسے:

مثال: (a) $x+1$ میں متغیر x میں 1 جوڑ کر $x+1$ حاصل کیا گیا ہے۔

(b) $x-1$ میں متغیر x میں 1 گھٹا کر $x-1$ حاصل کیا گیا ہے۔

(c) $2x+1$ غیر متغیر 2 میں متغیر x سے ضرب کر کے $2x$ بنایا گیا ہے۔ پھر $2x$ میں 1 جوڑ کر $2x+1$ بنایا گیا ہے۔

9.2.1- الجبرائی عبارت کے رکن (Terms)

ایک عبارت $9x + 7$ پر غور کیجئے۔ اسے بنانے کے پہلے x اور 9 کا ضرب کر کے $9x$ بنایا گیا ہے۔ پھر $9x$ میں 7 جوڑ دیا گیا ہے۔

عبارت $3x^2 + 7y$ میں $3, x$ اور x کو ضرب کر کے $3x^2$ بنایا گیا ہے۔ پھر 7 کو y سے ضرب کر کے

© copyright reserved to BSTBPC, Government of BIHAR (www.bstbpc.gov.in).
Publishing web/app/books will be a crime. Published by Abdiel Solutions (www.absol.in)

$7y$ بنایا گیا ہے اور پھر آخر میں $3x^2$ کو $7y$ سے جوڑ کر $3x^2+7y$ عبارت بنایا گیا ہے۔ ایک دوسری مثال لیں کہ $3x^2-7xy$ اس عبارت میں کیا کیا گیا ہے؟

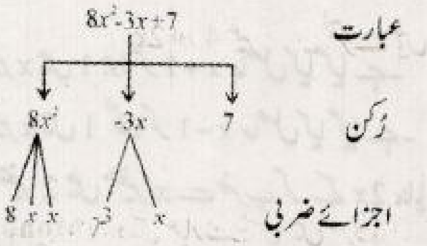
آیئے کچھ کر کے دیکھیں	
فقرہ	عبارت
$9x^2, 2x, -3$	$9x^2+2x-3$
	$6x^2$
	$8x-7y$
	6
	0
	$7(x+y)+9$

اس طرح ہم پاتے ہیں کہ کسی عبارت کے چھوٹے چھوٹے حصے ہوتے ہیں جو الگ سے بنائے جاتے ہیں۔ پھر آپس میں وہ چھوٹے چھوٹے حصے جوڑ دیئے جاتے ہیں اور عبارت بن جاتا ہے۔ عبارت کے یہ چھوٹے چھوٹے حصے جو پہلے الگ سے بنائے جاتے ہیں اور پھر جوڑ دیئے جاتے ہیں۔ عبارت کا رُکن کہلاتے ہیں۔ مندرجہ بالا پہلی مثال میں $9x$ اور 7 دو رُکن (Terms) ہیں۔ دوسری مثال میں $3x^2$ اور $7y$ رُکن ہیں اور تیسری مثال میں $7xy$ اور $(-3x^2)$ رُکن (Terms) ہے۔

9.2.2- رُکن کے اجزائے ضربی

ہم نے دیکھا کہ $(4x^2-7xy)$ میں دو رُکن ہیں۔ $4x^2$ اور $-7xy$۔ رُکن $4x^2$: $4, x$ اور x کا حاصل ضرب ہے۔ یہاں $4, x$ اور □œ□¬□Ž□ □ x $4x^2$ کے اجزائے ضربی ہیں۔ اس لیے ہم پاتے ہیں کہ کوئی رُکن اپنے اجزائے ضربی کا حاصل ضرب ہوتا ہے۔

عبارت کے ارکان کے اجزائے ضربی کو ہم دلچسپ صورت میں درخت خاکہ طریقہ کے ذریعہ دکھا سکتے ہیں۔



کوشش کیجئے:

غیر متغیر	متغیر	رُکن کے اجزائے ضربی	رُکن	عبارت
3,2,9	x, y	$3x^2=3\times x\times x$ $2xy=2\times x\times y$ $9y^2=9\times y\times y$	$3x^2, 2xy, 9y^2$	$3x^2+2xy+9y^2$
				$11x^2-7x+5$

© copyright reserved to BSTBPC, Government of BIHAR (www.bstbpc.gov.in).
Publishing web/app/books will be a crime. Published by Abdiel Solutions (www.absol.in)

9.2.3- مضروب

ہم نے دیکھا کہ عبارت کے رُکن کو ان کے اجزائے ضربی کے حاصل ضرب کی صورت میں لکھ سکتے ہیں۔ آپ نے یہ بھی دیکھا کہ رُکن کا جزءِ ضربی کوئی غیر متغیر ہو سکتا ہے اور اس کے علاوہ کوئی الجبرائی متغیر ہو سکتا ہے۔ جیسے $9x^2$ ایک رُکن ہے، جس کا اجزائے ضربی $9 \times x \times x$ ہے۔ اس میں 9 غیر متغیر ہیں اور باقی x^2 متغیر ہیں۔ کسی رُکن کے عددی (غیر متغیر) اجزائے ضربی کو رُکن کا عددی مضروب یا صرف مضروب کہتے ہیں۔ اسے باقی الجبرائی ارکان کا مضروب بھی کہتے ہیں۔ جیسے: $9xyz$ میں xyz کا مضروب 9 ہے۔ $-8x^2y^2$ میں x^2y^2 کا مضروب 8- ہے۔

کسی رُکن کا مضروب 1+ ہو تو رُکن لکھتے وقت اُسے نہیں لکھا جاتا ہے۔ جیسے $1y$، $1x^2$ کو y, x^2 لکھا جاتا ہے۔ لیکن اگر مضروب 1- ہو تو اسے صرف گھٹاؤ والے نشان (–) کے ساتھ دکھایا جاتا ہے۔ جیسے $-1x$ کو $-x$ لکھتے ہیں۔

9.2.4 - یکساں اور غیر یکساں ارکان

جب ارکان کے الجبرائی اجزائے ضربی ایک جیسے ہی ہوں تو وہ رُکن "یکساں رُکن" (Like Terms) کہلاتے ہیں۔ جب ارکان کے الجبرائی اجزائے ضربی الگ الگ ہوں تو وہ غیر یکساں رُکن (Unlike Terms) کہلاتے ہیں۔ جیسے: عبارت $2xy - 3x + 5xy - 4$ میں ارکان $2xy$ اور $5xy$ کو دیکھیے۔ $2xy$ کے اجزائے ضربی $2, x$ اور y ہیں۔ $5xy$ کے اجزائے ضربی $5, x$ اور y ہیں۔ اس طرح ان کے الجبرائی اجزائے ضربی ایک ہی ہیں اور اس لیے یہ یکساں فقرے ہیں۔ اس کے بالمقابل ارکان $2xy$ اور $3x$ کے ہیں الگ الگ الجبرائی جزءِ ضربی ہیں۔ یہ غیر یکساں فقرہ (Unlike Terms) ہیں۔ اسی طرح رُکن $2xy$ اور 4 غیر یکساں فقرے ہیں۔ ساتھ ہی $-3x$ اور 4 بھی غیر یکساں فقرے ہیں۔

9.2.5- عبارتوں کی قسمیں

1- ایک رُکنی عبارت (Monomial) : ویسی عبارت جس میں صرف ایک رُکن ہو ایک رُکنی عبارت کہلاتا ہے۔ جیسے $9x$، $3x^2$، y، $8xy$، 8، 0، $3(x+y)$ وغیرہ۔

2- دو رُکنی عبارت (Binomial) : ویسی عبارت جس میں صرف دو فقرے ہوتے ہیں، دو رُکنی عبارت کہلاتے ہیں۔ جیسے $3x + 2y$، $x^2 - 9$، $a^2 + ab$ وغیرہ۔

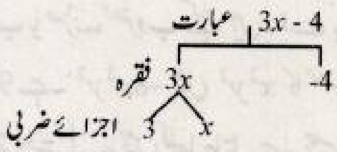
3- سہ رُکنی عبارت (Trinomial) : ویسی عبارت جن کے صرف تین فقرے ہوتے ہیں۔ سہ رُکنی عبارت کہلاتے ہیں۔ جیسے $9x^2 - 3x + 2$، $x + y + z$ وغیرہ۔

© copyright reserved to BSTBPC, Government of BIHAR (www.bstbpc.gov.in).
Publishing web/app/books will be a crime. Published by Abdiel Solutions (www.absol.in)

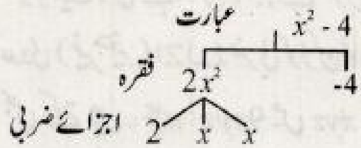
4- **کثیر رُکنی عبارت (Polynomial)** : عام طور سے ویسی عبارت، جس میں ایک یا ایک سے زائد فقرے ہوتے ہیں، کثیر رُکنی عبارت کہلاتے ہیں۔

مثال: 1 .... کے ذریعہ (a) $(3x-4)$ اور (b) $2x^2-4$ کا اجزائے ضربی معلوم کیجئے۔

حل: (a)

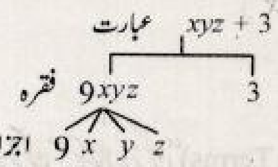


(b)



مثال: 2 $9xyz+3$ میں $x, xy, xyz, 9xy, 9xz, 9yz$ کا مضروب معلوم کیجئے۔

حل:



(a) x کا مضروب $= x$ کو چھوڑ کر باقی رُکن $= 9yz$

(b) xy کا مضروب $= xy$ کو چھوڑ کر باقی رُکن $= 9z$

(c) xyz کا مضروب $= xyz$ کو چھوڑ کر باقی رُکن $= 9$

(d) $9xy$ کا مضروب $= 9xy$ کو چھوڑ کر باقی رُکن $= z$

(e) $9xz$ کا مضروب $= 9xz$ کو چھوڑ کر باقی رُکن $= y$

(f) $9yz$ مضروب $= 9yz$ کو چھوڑ کر باقی رُکن $= x$

مثال: 3 وجہ سمیت بتایئے کہ ارکان کے مندرجہ ذیل جوڑوں کے کون کون سے جوڑے یکساں ارکان کے ہیں اور کون کون سے جوڑے غیر یکساں ارکان کے ہیں :

(i) $3ab, 3b$ (ii) $3a, -21b$ (iii) $17a, -6a$ (iv) $3^2b, 2ab^2$

حل:

نمبر شمار	فقرہ جوڑے	اجزائے ضربی	الجبرائی اجزائے ضربی	یکساں/ غیر یکساں فقرے	وجوہات
(i)	$3ab, 3b$	$3\times a\times b, 3\times b$	الگ الگ	غیر یکساں	متغیر a دوسرے رُکن میں نہیں ہے
(ii)	$3a, -21b$	$3\times a - 21\times b$	الگ الگ	غیر یکساں	الجبرائی اجزائے ضربی الگ الگ ہیں

© copyright reserved to BSTBPC, Government of BIHAR (www.bstbpc.gov.in).
Publishing web/app/books will be a crime. Published by Abdiel Solutions (www.absol.in)

دونوں الجبرائی اجزائے ضربی یکساں ہیں۔	یکساں	یکساں	$17\times a-6\times a$	$17a,-6a$	(iii)
متغیر تو ایک ہی جیسے ہیں، لیکن ان کی قوتیں غیر یکساں ہیں۔	یکساں	الگ الگ	$3\times a\times a\times b$ $3\times a\times b\times b$	$3a^2b, 3ab^2$	(iv)

مثال: 4 مندرجہ ذیل عبارتوں میں سے ایک رُکنی، دو رُکنی اور سہ رُکنی عبارتوں کو الگ کریں:

$6x+9, x+y+1, 9x, 8x^2+7x+2, 2, -5x-y, 4-x, 4-x^2, 8y^2$
$, 2xy, 3x^2y-1$

حل: ایک رُکنی عبارت: $ax-2, 8y^2, 2xy$

دو رُکنی عبارت: $6x+9, -5x-y, 4-x, 4-x^2, 3x^2y-1$

سہ رُکنی عبارت: $x+y+1, 8x^2+7x+2$

سوالنامہ : 9.1

1- مندرجہ ذیل عبارتوں میں سے متغیر اور غیر متغیر اعداد و تعداد معلوم کریں:

(a) $5x+2$ (b) $2ab+1$ (c) $2x^2y-1+2x$

(d) m^2-n^2-1 (e) $9x^2yz$

2- مندرجہ ذیل عبارتوں کے ارکان کو پہچانئے:

(a) x^2+2x+1 (b) $8a^2+11ab=2b^2$ (c) $9p^2-4q$

(d) a^2b^2-9 (e) $8ab-3b$

مندرجہ بالا سوالوں میں دیئے گئے سبھی عبارتوں کے ارکان کے اجزائے ضربی درخت خاکہ قاعدہ سے حاصل کریں۔ ہر ایک حالت میں یہ بھی بتایئے کہ عبارت کی بناوٹ کیسے کی گئی ہے؟

3- $12x^2y$ میں (i) x^2y (ii) x اور y کا مضروب بتایئے۔

4- ذیل میں دیئے گئے ارکا کے جوڑے میں سے یکساں ارکان کے مجموعے لکھئے:

$9x^2y, 8xy^2, 3ab, -7ba, 7ab^2, -4b^2, 7a, 7, 11a, -11a^2, 2xy,$

$-2xy, 8ab, -2a, -2, 1, -x, 3x, 8x, 8$

© copyright reserved to BSTBPC, Government of BIHAR (www.bstbpc.gov.in).
Publishing web/app/books will be a crime. Published by Abdiel Solutions (www.absol.in)

-5 نیچے دی گئی حالتوں میں متغیر اور متغیر اور ریاضی اعمال کا استعمال کرتے ہوئے الجبرائی عبارت حاصل کیجئے۔ یہ بھی بتایئے کہ بنی عبارت ایک رُکنی، دو رُکنی یا سہ رُکنی ہے۔

(a) x کے دو گنے سے y کم۔

(b) a میں خود سے ضرب کر کے 3 گھٹایا گیا ہے اور پھر اس میں سے a کا تین گھٹایا گیا ہے۔

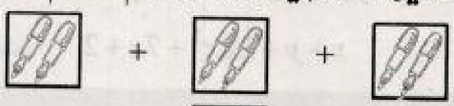
(c) m اور n کے حاصل ضرب کا تین گنا۔

(d) a کا خود سے ضرب کر کے b سے ضرب کیا گیا اور اس میں a کا سات گنا گھٹا کر اس میں 6 کو جوڑا گیا ہے۔

(e) a^2 کے تین گنے میں a کا دو گنا گھٹایا گیا ہے۔

-9.3 الجبرائی عبارتوں پر عملیات

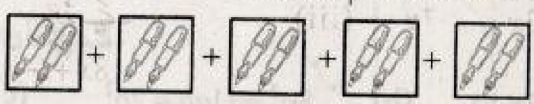
سپنا کے پاس قلم کے تین ڈبے ہیں۔ اگر ہر ایک ڈبے میں دو قلم ہو تو قلم کی تعداد

$= 2 + 2 + 2$ 

$= 2 \times 3$ 3 ×

$= 6$

اگر ڈبوں کی تعداد 5 ہو تو قلم کی کل تعداد

$= 2 + 2 + 2 + 2 + 2$ 

$= 2 \times 5 \quad = 10$

اگر ڈبوں کی تعداد n ہو تو قلموں کی کل تعداد

$= 2 + 2 + 2 + \ldots\ldots\ldots\ldots n$ بار

$= 2 \times n \quad = 2n$ ∵ ($2n$ کا اجزائے ضربی $n \times 2$ ہے)

اسی طرح اگر ایک ڈبے میں n قلم ہو تو 8 ڈبے میں قلم کی تعداد کا کل عدد $= 8n$ اب اگر ہر ایک ڈبے میں n قلم والے 3 ڈبوں میں اور ہر ایک ڈبے میں n قلم والے 8 ڈبوں کے کل قلم کو جوڑا جائے تو

کل قلموں کی تعداد $= 3n + 8n$

© copyright reserved to BSTBPC, Government of BIHAR (www.bstbpc.gov.in).
Publishing web/app/books will be a crime. Published by Abdiel Solutions (www.absol.in)

$= (n + n + n) + (n + n + n + n + n + n + n + n)$

$= 11 \times n \;\; = 11n$

یہاں یکساں ارکان $3n$ اور $8n$ کو جوڑنے پر حاصل جمع $11n$ آتا ہے۔ یہاں $3n$ کا 3، $8n$ کا 8 اور حاصل جمع $11n$ کا مضروب 11 ہے۔ ہم دیکھتے ہیں کہ ارکان کے مضروبوں کا جمع (3+8) حاصل جمع کے مضروب 11 کے برابر ہوتا ہے۔ اس سے یہ صاف ظاہر ہوتا ہے کہ الجبرائی عبارت کے حاصل جمع میں یکساں ارکان کے مضروب آپس میں جُڑ جاتے ہیں۔ اسی طرح الجبرائی عبارت کے گھٹانے میں یکساں ارکان کے مضروب گھٹ جاتے ہیں۔ جیسے: $7x$ میں سے $3x$ گھٹانے کے لیے $7x$ کے مضروب میں سے $3x$ کے مضروب 3 کو گھٹا کر آئی قیمت (Value) کو الجبرائی اجزائے ضربی کے ساتھ لکھتے ہیں۔ یعنی $7x -$

$3x = 4x$

∵ کسی رُکن کو گھٹانے کا مطلب ہوتا ہے اُس کے جمعی معکوس کا جوڑنا۔ اس لیے ہم کہہ سکتے ہیں کہ گھٹانا عام طور سے جوڑنے ہی کا عمل ہے۔

مثال 5: (i) $7x$ میں $-3x$ کو گھٹائیں۔

حل: $7x-(-3x)$

$\because \; -1\times(-3)=3$

$= 7x + 3x \quad = 10x$

(ii) $-7x$ میں سے $-3x$ کو گھٹائیں۔

حل: $-7x-(-3x)$

$= -7x + 3x$

$(\because\; -7+3=-4) \quad = -4x$

($-3x$ کا جمعی معکوس $+3x$ ہے)

(iii) $-7x$ میں $-3x$ کو جوڑیے۔

حل: $-7x+(-3x)$

$\because -1\times(-3)=-3$

$= -7x - 3x$

$\because -7-3=-10$

$= -10x$

(iv) $8x$، $-3x$، $7x$ کو جوڑیے۔

حل: $8x+(-3x)+7x$

$= 8x - 3x + 7x$

$= 8x + 7x - 3x$

$= 15x - 3x$

$= 12x$

(v) $-12m$، $6m$، $-7m$ اور $4m$ کو جوڑیے۔

حل: $-12m+6m+(-7m)+4m$

$= -12m + 6m - 7m + 4m$

© copyright reserved to BSTBPC, Government of BIHAR (www.bstbpc.gov.in).
Publishing web/app/books will be a crime. Published by Abdiel Solutions (www.absol.in)

$= -12m - 7m + 6m + 4m$

$= -19m + 10m \qquad (\because -12m - 7m = -19m)$

$= -9m \qquad (6m + 4m = 10m)$

ابھی تک ہم نے یکساں ارکان والی عبارتوں کے جوڑ اور گھٹاؤ کو جانا۔ اب ذرا بتایئے کہ رنجنا کے پاس 3 گائیں اور 2 بھینسیں ہوں، شوکت کے پاس 4 گائیں اور 5 بھینسیں ہوں تو رنجنا اور شوکت کے پاس کل جانوروں کی تعداد

رنجنا کے جانور	+	شوکت کے جانور
(3 گائیں + 2 بھینسیں)	+	(4 گائیں + 5 بھینسیں)
(3 گائیں + 2 بھینسیں)	+	(4 گائیں + 5 بھینسیں)
(3 گائیں + 4 گائیں)	+	(2 بھینسیں +5 بھینسیں)
(7 گائیں + 7 بھینسیں)		

یہ ظاہر ہے کہ رنجنا اور شوکت کے پاس کل 14 جانور ہیں۔ جن میں 7 گائیں اور 7 بھینسیں ہیں۔ ہم یہ نہیں کہہ سکتے کہ ان کے پاس 14 گائیں ہیں یا 14 بھینسیں۔

اس مثال سے یہ ظاہر ہوتا ہے کہ جوڑنے اور گھٹانے کے عمل یکساں ارکان کے بیچ ہی ہوتا ہے۔ غیر یکساں ارکان ہونے پر جوڑنے اور گھٹانے کے لیے ارکان کو جوڑ کی علامت یا گھٹاؤ کی علامت کے رکھتے ہیں۔

الجبرائی عبارتوں کو جوڑنے -گھٹانے میں

1- یکساں اور غیر یکساں ارکان کو پہچان کرتے ہیں۔

2- یکساں ارکان کو ان کی علامت کے ساتھ ایک ساتھ لکھتے ہیں۔

3- عام عدد صحیح کی طرح ان یکساں ارکان کو ایک ساتھ جوڑتے اور گھٹاتے ہیں۔

4- پھر اگر ایک یا زائد غیر یکساں رُکن بچتے ہیں تو انھیں ان کے مضروب کی علامت کے ساتھ منظم کر لکھ دیتے ہیں۔

مثال 6: (i) $5x + 6x$ میں $8x + 9y$ کو جوڑیئے۔

حل: $(5x + 6y) + (8x + 9y)$

© copyright reserved to BSTBPC, Government of BIHAR (www.bstbpc.gov.in).
Publishing web/app/books will be a crime. Published by Abdiel Solutions (www.absol.in)

$= 5x + 6y + 8x + 9y$

$= 5x + 8x + 6y + 9y$ (یکساں ارکان کو ایک ساتھ لکھ کر دوبارہ منظم کیا گیا)

حل حاصل ہوا $= 13x + 15y$

$$\begin{array}{r} 5x + 6y \\ 8x + 9y \\ \hline 13x + 15y \end{array}$$

ان عبارتوں کو ہم عام ستون والے جوڑوں کی طرح بھی جوڑ سکتے ہیں۔ اس کے لیے ہم عبارتوں کو ایک کے نیچے ایک کر کے اسی طرح رکھتے ہیں کہ یکساں رُکن ایک ہی سیدھ میں ہو۔

(ii) $7ab + 4a$ میں $a + 8ba$ کو جوڑیئے:

حل:

$(7ab + 4a) + (a + 8ba)$

$= 7ab + 4a + a + 8ba$

$= 7ab + 4a + a + 8ab \quad (\because ab = a \times b = b \times a = ba)$

$= 7ab + 8ab + 4a + a \quad (a = 1a)$

$= 15ab + 5a$

دوسرا قاعدہ:

$$\begin{array}{r} 7ab + 4a \\ a \;\; + 8ba \end{array} \quad \text{یا} \quad \begin{array}{r} 7ab + 4a \\ 8ba + a \end{array} \quad \text{یا} \quad \begin{array}{r} 7ab + 4a \\ 8ab + a \\ \hline 15ab + 5a \end{array}$$

(iii) $13m^2 - 4xy$ میں $12xy + 4m^2$ کو گھٹایئے:

حل: باکس کے پہلے گھٹاؤ (−) نشان ہے۔ باکس کھلنے پر ہر ایک رُکن میں 1− سے ضرب ہوتا ہے، جس سے ارکان کے نشان بدل جاتے ہیں۔

$(13m^2 - 4xy) - (12xy + 4m^2)$

$= 13m^2 - 4xy - 12xy - 4m^2$

$= 134m^2 - 4xy - 12xy$

$= 9m^2 - 16xy$

دوسرا قاعدہ:

$$\begin{array}{r} 13m^2 - 4xy \\ 4m^2 + 12xy \\ \hline 9m^2 - 16xy \end{array}$$

© copyright reserved to BSTBPC, Government of BIHAR (www.bstbpc.gov.in).
Publishing web/app/books will be a crime. Published by Abdiel Solutions (www.absol.in)

(iv) $3x-y+6$ میں سے $x-y$ گھٹائیے:

حل: $(3x-y+6)-(x-y)$

$=3x-y+6-x+y$ ∵ (قوسین کے رُکن سے پہلے گھٹاؤ (-) کے نشان ہیں۔

$=3x-x-y+y+6$ اس لیے قوسین کھلنے پر ارکان کی علامت بدل گئے)۔

$=2x+6$ $(-y+y=0)$

(v) $3a+4b-7$ میں 8^2+4b^2 کو جوڑیئے۔

حل: $(3a+4b-7)+(8a^2+4b^2)$

$=3a+4b-7+8a^2+4b^2$

$=3a+4b-7+8a^2+4b^2=8a^2+4b^2+3a+4b-7$

∵ یہاں دونوں عبارتوں میں کوئی رُکن یکساں نہیں ہے۔ اس لیے عمل کے بعد ارکان کی تعداد بڑھ جاتی ہے۔

سوالنامہ : 9.2

1- مندرجہ ذیل عبارتوں کو جوڑیئے:

(a) $6ab$ اور $7ba$ (b) $8x^2y$ اور $-4x^2y$

(c) x اور $y-4$ (d) $x-y, y-z$ اور $z-x$

(e) $3ab-b$ اور $3b-ab$ (f) x^2-y^2 اور y^2-x^2

(g) $a^2+2ab+b^2$ اور $a^2-2ab+b^2$ (h) $a^2b+ab+ab^2$ اور $-ab+2ba+2a^2b^2$

(i) $3x+11+8z$ اور $5x-7$ (j) x^2-y^2-1, y^2-1-x^2 اور $1-x^2-y^2$

2- گھٹائیے:

(a) $3a^2$ سے میں $-7a^2$ (b) a^2+b^2 سے میں a^2-b^2

(c) $a^2+2ab+b^2$ سے میں $a^2-2ab+b^2$

(d) $b(8-a)$ سے میں $a(b-3)$ (e) $3xy-2x^2-2y^2$ سے میں $5x^2-7xy+5y^2$

3- سہل کیجیے:

(a) $4xy-7x^2-6xy+2yz^2-4y^2z-3yz^2$

© copyright reserved to BSTBPC, Government of BIHAR (www.bstbpc.gov.in).
Publishing web/app/books will be a crime. Published by Abdiel Solutions (www.absol.in)

(b) $a^2+ab+b^2+a^2+b^2-ab+3$

4- x^2+y^2 حاصل کرنے کے لیے $2x^2+y^2-3$ میں کیا جوڑیں؟

5- $a+b+c$ حاصل کرنے کے لیے $7a-8b$ میں کیا گھٹانا چاہیے؟

6- اگر سنیل نے a روپیہ کی شرح سے 5 قلم b روپیہ کی شرح سے 7 پنسلیں اور پھر a روپیہ کی شرح سے 10 قلمیں اور b روپیہ کی شرح سے 3 پنسلیں خریدیں تو اُس نے کل قلم اور پنسل خریدنے میں کتنے روپے خرچ کیے؟

9.4- الجبرائی عبارتوں کا ضرب

شالنی کے پاس 3 ڈبے ہیں۔ ہر ایک میں 4 قلم ہیں تو کل قلم کی تعداد کیا ہوگی؟

+ +

= 4 + 4 + 4

= 3 × 4

= ہر ایک ڈبے میں قلموں کی تعداد × ڈبوں کی تعداد

اگر شالنی کے پاس ڈبوں کی تعداد x ہو اور ہر ایک ڈبے میں y قلم ہو تو

$= y \times x$

$= xy$

پھر اگر مان لیں کہ شالنی کے پاس $2m$ ڈبے ہوں اور ہر ایک ڈبے میں $3m$ قلم ہو تو کل قلم

$= 2m \times 3m$

$= 2 \times 3 \times m \times m$

$= 6m^2$

اس طرح ہم نے دیکھا کہ عبارتوں کا ضرب حقیقت میں ان کے ارکان کا ضرب ہوتا ہے۔ جس میں ارکان کے عددی مضروب کا ضرب آپس میں اور متغیر کا ضرب آپس میں ہوتا ہے۔

اب ذرا سوچیے کہ ان الجبرائی عبارتوں کے ضرب کا استعمال ہم کہاں کہاں کرتے ہیں؟

© copyright reserved to BSTBPC, Government of BIHAR (www.bstbpc.gov.in).
Publishing web/app/books will be a crime. Published by Abdiel Solutions (www.absol.in)

آیئے کچھ کریں:

نیچے دیئے گئے عبارتوں کے حاصل ضرب پیٹرن(Pattern) کی بنیاد پر خالی جگہوں کو پُر کریں:

حاصل ضرب	دوسری عبارت × پہلی عبارت	پہلی عبارت × دوسری عبارت	دوسری عبارت	پہلی عبارت	نمبر شمار
xy	$y \times x$	$x \times y$	y	x	-1
			5	x	-2
			$2a$	a	-3
			$3m$	-3	-4

مندرجہ بالا مثالوں کی بنیاد پر ہم یہ سمجھ سکتے ہیں کہ عبارتوں کا ضرب اعداد صحیح کے ضرب کے جیسا ہے اور اس میں ضرب کے عام اصولوں کو عمل میں لایا جاتا ہے۔

عبارتوں کے ضرب کرتے وقت اصولوں کے ضرب کے ذیل باتوں پر دھیان دیا جانا چاہیے۔

(i) مثبت عدد صحیح کو مثبت عدد صحیح سے ضرب کرنے پر مثبت عدد صحیح حاصل ہوتا ہے:

$$(+a)\times(+b)=+ab$$

(ii) مثبت عدد صحیح کو منفی عدد صحیح سے ضرب کرنے پر منفی عدد صحیح حاصل ہوتا ہے۔

$$(+a)\times(-b)=-ab$$

(iii) منفی عدد صحیح کو منفی عدد صحیح سے ضرب کرنے پر مثبت عدد صحیح حاصل ہوتا ہے۔ اگر کثیر رُکنی عبارت ہے تو $(-a)\times(-b)=+ab$

پہلے عبارت کے ہر ایک رُکن سے دوسری عبارت کے ہر ایک رُکن میں ضرب کیا جانا چاہیے۔

$a\times(b+c)$ ہو تو a سے عبارت $(b+c)$ کے دونوں رُکنوں b اور c میں ضرب کیا جانا چاہیے۔

مثال:7- ضرب کیجئے:

(a) a اور $(b+c)$ کا

(b) a اور $(b-c)$ کا

(d) $-3m$ اور $(-6m-7n)$ کا

(d) xy اور $(9+8n)$ کا

(e) $-x$ اور $(4x-y)$ کا

© copyright reserved to BSTBPC, Government of BIHAR (www.bstbpc.gov.in).
Publishing web/app/books will be a crime. Published by Abdiel Solutions (www.absol.in)

حل:

(a) $(a)\times(b+c)=a\times b+a\times c$

$=ab+ac$

(b) $(a)\times(b-c)=a\times b-a\times c$

$=ab-ac$

(c) $(-3m)\times(-6m-7n)=(-3m)\times(-6m)-(-3m)-7n$

$=+18m^2+21mn$

$=18m^2+21mn$

(d) $(xy)\times(9+8x)=xy\times 9+xy\times 8x$

$=9xy+8x^2y$

(e) $(-x)\times(4x-y)=(-x)\times(4x)-(-x)\times y$

$=-4^2+xy$

سوالنامہ : 9.3

1- نیچے دیے گئے الجبرائی عبارتوں کا ضرب کیجئے:

(a) $(7a+2b)(a+4b)$ (b) $(x-6)(4x+9)$

(c) $(5x-1)(3y-8)$ (d) $(a^3-b^3)(a-b)$

(e) $(0.7x-0.2y)(1.5x-3y)$ (f) $(3a^2+5a-9)(3a-9)$

(g) $(-x-y)(-x-y)$ (h) $(x^3-5x+8)(x^3+3)$

(i) $(\frac{1}{2}x-\frac{1}{2}y)(x-y)$ (j) $(3pq-3q)(3q-7pq)$

2- سہل کریں:

(a) $(a+b)(a-b)+(a-b)(a^2+ab+b^2)$

(b) $a^3-b^3+(a+b)(a^2-ab+b^2)$

(c) $m^2-n^3-(m-n)(m+n)$

(d) $(2a+5b)(3b+4a)-(7a+3b)(2a+b)$

© copyright reserved to BSTBPC, Government of BIHAR (www.bstbpc.gov.in).
Publishing web/app/books will be a crime. Published by Abdiel Solutions (www.absol.in)

سوالنامہ

1- نامعلوم عدد میں حرف علامتوں کے ذریعہ لکھے جاتے ہیں۔ جنھیں متغیر(Variable) کہتے ہیں۔ متغیروں کی قیمت(Value) بدل سکتی ہے۔

2- غیر متغیر کی قیمت مقرر ہوتی ہے۔

3- متغیر اور غیر متغیر یا دونوں کی ریاضی اعمال کے ذریعہ الجبرائی عبارت حاصل کیے جاتے ہیں۔

4- الجبرائی عبارت ارکان(Terms) سے مل کر بنے ہوتے ہیں۔ جو متغیر اور غیر متغیر کی ریاضی اعمال کے ذریعہ بنے ہوتے ہیں۔

5- ارکان کے عددی جزء ضربی کو رُکن کا مضروب کہتے ہیں۔

6- اگر ارکان کے الجبرائی اجزائے ضربی یکساں ہو تو وہ یکساں ارکان ہوتے ہیں۔

7- اگر ارکان کے الجبرائی اجزائے ضربی غیر یکساں ہو تو وہ غیر یکساں ارکان ہوتے ہیں۔

8- الجبرائی عبارت میں ارکان کی تعداد کی بنیاد پر انھیں یک رُکنی، دو رُکنی اور سہ رُکنی یا کثیر رُکنی کی قسموں میں بانٹا جاتا ہے۔

9- عبارت کو کثیر رُکنی (Polynomial) بھی کہتے ہیں۔

10- جن عبارتوں میں ایک متغیر ہوتے ہیں۔ وہ ایک متغیر والی عبارت کہلاتے ہیں۔ جن عبارتوں میں دو متغیر ہوتے ہیں، وہ دو متغیر والی عبارت کہلاتی ہے۔

11- دو یکساں ارکان کا جوڑ (یا گھٹاؤ) ایک دوسرے یکساں رُکن ہوتا ہے۔ جس کا مضروب ان یکساں ارکان کے مضروبوں کے جوڑ (یا گھٹاؤ) کے برابر ہوتا ہے۔

12- غیر یکساں ارکان کو جوڑتے (یا گھٹاتے) وقت انھیں ویسے ہی چھوڑ دیا جاتا ہے۔ جیسے :

$$3x + 2y = 3x + 2y$$

13- جب ہم دو یا زائد عبارتوں کو جوڑتے یا گھٹاتے ہیں تو اصل میں ہم ان کے یکساں ارکان کو جوڑتے یا گھٹاتے ہیں اور غیر یکساں ارکان کو جیوں کا تیوں چھوڑ دیتے ہیں۔

14- عبارتوں کے ضرب میں متغیروں کا متغیروں کے ساتھ اور غیر متغیروں کا غیر متغیروں کے ساتھ ضرب کرتے ہیں۔

15- اگر کسی متغیر کا غیر متغیر کے ساتھ ضرب ہو تو انھیں آپس میں ضرب کے نشان کے ساتھ لکھ دیتے ہیں۔ جیسے :

$$2 \times x = 2x$$

© copyright reserved to BSTBPC, Government of BIHAR (www.bstbpc.gov.in).
Publishing web/app/books will be a crime. Published by Abdiel Solutions (www.absol.in)

باب : 10

اعداد کا موازنہ

تمہید : 10.1

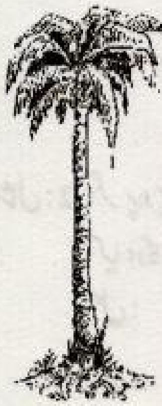
ہمیں اپنے روزمرہ کی زندگی میں بہت بار ایسے مواقع میسر ہوتے ہیں، جہاں پر دو اعداد کا موازنہ کرنے کی ضرورت پڑتی ہے۔

مان لیا جائے کہ دو پیڑوں کی اونچائی کا موازنہ کر رہے ہیں۔ ہم پاتے ہیں کہ

(i) کھجور کیلے سے 3 گنا لمبا ہے۔

یا

(ii) کیلے کی اونچائی کھجور کی اونچائی کی ایک تہائی ہے۔



9 میٹر

3 میٹر

ایک اور مثال پر غور کیجیے جس میں ہم سائیکل اور اسکوٹر کی رفتار کا موازنہ کرتے ہیں:

(i) اسکوٹر کی رفتار سائیکل سے 4 گنا ہے۔

(ii) یا سائیکل کی رفتار اسکوٹر کی رفتار سے ¼ (چوتھائی) حصہ ہے۔

60 کیلومیٹر/گھنٹہ

15 کیلومیٹر/گھنٹہ

کوشش کیجیے:

(i) رویندر اور کشور کے ذریعہ حساب میں حاصل عدد بالترتیب 65 اور 62 ہے۔ ان کے نمبر کا تناسب (Ratio) بتایئے۔

(ii) 5:7 کا برعکس نسبت کیا ہوگا؟

© copyright reserved to BSTBPC, Government of BIHAR (www.bstbpc.gov.in).
Publishing web/app/books will be a crime. Published by Abdiel Solutions (www.absol.in)

مثال: 1 ایک بکس کی لمبائی 2 میٹر اور چوڑائی 80 سینٹی میٹر ہے۔ اس کی لمبائی اور چوڑائی میں نسبت (Ratio) معلوم کیجئے۔

حل: پہلے دونوں عددوں کو ایک ہی اکائی میں لکھتے ہیں۔

اس لیے 2 میٹر = 2×100 سینٹی میٹر = 200 سینٹی میٹر

اسی طرح لمبائی : چوڑائی = 200 سینٹی میٹر : 80 سینٹی میٹر

$\frac{200}{80} = \frac{5}{2} = 5:2$

> دھیان رہے کہ موازنہ کرتے وقت دونوں عددوں کی اکائیاں بھی یکساں ہونا چاہئیں۔

مثال: 2 اگر پروین کی اونچائی 150 سینٹی میٹر اور گنجن کی اونچائی 60 سینٹی میٹر ہے تب ان کی اونچائیوں کا نسبت کیا ہوگا؟

حل: پروین کی اونچائی : گنجن کی اونچائی = 150 سینٹی میٹر : 60 سینٹی میٹر

دونوں فقروں میں 30 سے تقسیم دینے پر $= \frac{150}{60} = \frac{5}{2}$

$= 5:2$

اگر مندرجہ بالا دونوں مثالوں پر دھیان دیں تو آپ پائیں گے کہ دو مختلف حالتوں میں موازنہ کرنے پر ایک ہی نسبت مل سکتا ہے۔

نسبت کی سہل شکل (Simplest Form of Ratio)

نسبت کی سہل شکل تب ہوتی ہے جب اس کے اوپر اور نیچے دونوں جگہوں میں انھیں تقسیم کرنے والا کوئی مشترک عدد نہ ہو۔

مثال: 3 36 اور 24 میں کیا تناسب ہے؟ اس کا نسبت معلوم کیجئے:

حل: 36 اور 24 میں تناسب (Ratio) = 36 : 24

36 اور 24 کا مشترک مقسوم علیہ اعظم (H.C.F.) کے لیے عمل

2	36, 24
2	18, 12
3	9, 6
	3, 2

H.C.F. = 2×2×3 = 12

سہل تناسب کے لیے

$(36 \div 12) : (24 \div 12) = 3:2$

∵ سہل تناسب = 3:2

> سہل نسبت حاصل کرنے کے لیے تناسب کے دونوں مقاموں میں ان کے مشترک مقسوم علیہ اعظم سے تقسیم دیتے ہیں۔ حاصل خارج قیمت کی نسبت سہل نسبت ہوتا ہے۔

© copyright reserved to BSTBPC, Government of BIHAR (www.bstbpc.gov.in).
Publishing web/app/books will be a crime. Published by Abdiel Solutions (www.absol.in)

10.2- مساوی نسبت

مختلف نسبتوں کا بھی آپس میں موازنہ کیا جا سکتا ہے، جس سے یہ پتہ چل سکے کہ وہ مساوی ہیں یا نہیں۔ ایسا کرنے کے لیے ہمیں نسبتوں کو پہلے کسروں کی شکل میں لکھنا پڑتا ہے۔ اور پھر انھیں یکساں نسب نما والے کسروں میں بدل کر ان کا موازنہ کرتے ہیں۔ اگر وہ کسر یکساں ہیں تب ہم کہتے ہیں کہ دیئے ہوئے نسبت (Ratio) مساوی ہیں۔

مثال: 6 کیا نسبت 2:3 نسبت 3:5 کے مساوی ہے؟

حل: جانچ کرنے کے لیے ہمیں دیکھنا ہوگا کہ کیا $\frac{3}{5} = \frac{2}{3}$ ہے؟

ہم پاتے ہیں کہ $\frac{2}{3} = \frac{2\times5}{3\times5} = \frac{10}{15}$ اور $\frac{3}{5} = \frac{3\times3}{5\times3} = \frac{9}{15}$

ہم دیکھتے ہیں کہ $\frac{10}{15} > \frac{9}{15}$ ہے۔ یعنی $\frac{2}{3} > \frac{3}{5}$ ہے۔

اس لیے نسبت (Ratio) 2:3 نسبت 3:5 کے مساوی نہیں ہے۔

مثال: 5 کیا نسبت 5:6 نسبت 25:30 کے مساوی ہے؟

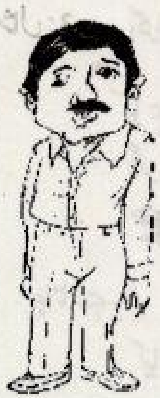
حل: جانچ کرنے کے لیے ہمیں دیکھنا ہوگا کہ کیا $\frac{25}{30} = \frac{5}{6}$ ہے۔

ہم پاتے ہیں کہ $\frac{5}{6} = \frac{5\times5}{6\times5} = \frac{25}{30}$ اور $\frac{25}{30} = \frac{25\times1}{30\times1} = \frac{25}{30}$

ہم دیکھتے ہیں کہ $\frac{25}{30} = \frac{25}{30}$ ہے یعنی $\frac{5}{6} = \frac{25}{30}$ ہے۔

اس لیے نسبت (Ratio) 5:6 نسبت 25:30 کے مساوی ہے۔

تناسب (Proportion)



ایلیش نے ایک آدمی کی تصویر بنائی لیکن اس تصویر میں گڑبڑی ہوئی۔ اس میں آدمی کا سر جسم کے مقابلے میں زیادہ بڑا دکھائی دے رہا ہے۔ ہم جانتے ہیں کہ آدمی کے سر اور جسم کی تصویر میں ایک متعین نسبت ہوتا ہے، وہی اس کی تصویر میں بھی نظر آنا چاہیے۔ یعنی تصویر کا سر اور جسم آدمی کے سر اور جسم کے تناسب میں ہونا چاہیے۔

© copyright reserved to BSTBPC, Government of BIHAR (www.bstbpc.gov.in).
Publishing web/app/books will be a crime. Published by Abdiel Solutions (www.absol.in)

یعنی $\frac{\text{آدمی کے سر کی بناوٹ}}{\text{اس کے جسم کی بناوٹ}} = \frac{\text{تصویر میں سر کی بناوٹ}}{\text{تصویر میں جسم کی بناوٹ}}$

ایسا ہونے پر ہی صحیح تناسب میں تصویر بنے گی۔

ابھی ہم نے دیکھا کہ دو نسبت مساوی بھی ہو سکتے ہیں۔ دو نسبت اگر مساوی ہوں تو وہ ایک تناسب بناتے ہیں۔ آیئے اس کی ایک مثال لیتے ہیں:

اگر دس کرسیوں کی قیمت 3000 روپے ہیں اور اُسی طرح کی 12 کرسیوں کی قیمت 3600 روپے ہیں تو

کرسیوں کی تعداد میں تناسب = 10:12 یا 5:6

کرسیوں کی قیمت میں تناسب = 3000:3600 یا 5:6

ظاہر ہے کہ $= 10:12 = 3000:3600$

یعنی کرسیوں کی تعداد میں وہی نسبت ہے جو ان کی قیمت میں تناسب ہے۔

اگر دو نسبت باہم برابر ہوتے ہیں تو انھیں تناسب کہتے ہیں۔ اعداد کے تناسب میں ہونے پر دو نسبتوں کے بیچ :: علامت لگاتے ہیں۔

یعنی اگر $a:b$ اور $c:d$ آپس میں برابر ہیں تو $a:b = c:d$ کو تناسب کہتے ہیں۔ a, b, c اور d کو تناسبی اعداد (Numbers in Proportion) کہتے ہیں۔ اعداد کو تناسب میں رکھنے پر $a : b :: c : d$ لکھا جاتا ہے۔ ان چاروں مقاموں میں پہلا (a) اور چوتھا (d) مقاموں کو خارجی رُکن (Extreme Term) کہتے ہیں۔ دوسرے (b) اور تیسرے (c) مقام کو داخلی یا وسطی رُکن (Middle Term) کہتے ہیں۔

اگر $a : b :: c$ ہے تو $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$

یا $a \times d = b \times c$ یعنی خارجی رُکنوں کا حاصل ضرب = وسطی رکنوں کا حاصل ضرب

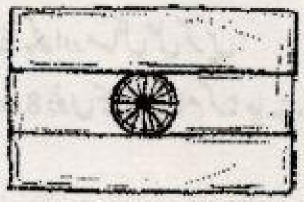
اگر $ad \neq bc$ تو a, b, c اور d تناسب میں نہیں کہے جا سکتے ہیں۔

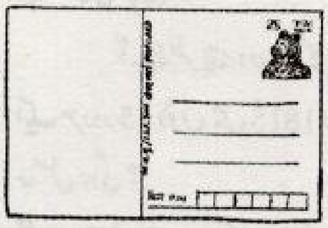
حقیقی زندگی میں تناسب کا وسیع استعمال طریقۂ وحدانی، نقشہ کا خطی خاکہ، نسبتی خطی خاکہ میں کیا جاتا ہے۔

کیا آپ جانتے ہیں کہ قومی ترنگا، پوسٹ کارڈ وغیرہ لمبائی اور چوڑائی کے ایک مقررہ نسبت میں

© copyright reserved to BSTBPC, Government of BIHAR (www.bstbpc.gov.in).
Publishing web/app/books will be a crime. Published by Abdiel Solutions (www.absol.in)

ہی بنائے جاتے ہیں۔ وہ نسبت الگ الگ ملکوں کے لیے مختلف ہو سکتا ہے۔ ایسا، اس لیے ہے کہ جب صحیح تناسب میں کوئی تصویر بنائی جاتی ہے تبھی دیکھنے میں خوشنما اور پُرکشش ہوتی ہے۔





(تصویر 10.2)

ہم نے درجہ 6 میں طریقۂ وحدانی کے ذریعہ سوال حل کرنا سیکھا ہے۔ اس طریقہ کے ذریعہ پہلے ہم بہت سے ایک اور پھر مطلوبہ عدد کے لیے قیمت معلوم کرتے ہیں۔ آیئے ہم کچھ مثال لیتے ہیں:

مثال: 6 اگر 6 بلبوں کی قیمت 78 روپیہ تو ایسے 9 بلبوں کی قیمت کیا ہوگی؟

حل: اسے راجیش اور سنیل نے الگ الگ طریقوں سے حل کیا۔

پہلا طریقہ: (راجیش)

چونکہ 6 بلبوں کی قیمت $= 78$ روپیہ

اس لیے 1 بلب کی قیمت $= \frac{78}{6}$

اس لیے 9 بلبوں کی قیمت $= \frac{78}{6} \times 9 = 117$ روپیہ

دوسرا قاعدہ: (سنیل)

قیمت	x	78
بلبوں کی تعداد	9	6

مانا کہ 9 بلبوں کی قیمت x روپیہ ہے

تو $78 : x :: 6 : 9$ یا $\frac{78}{x} = \frac{6}{9}$ یا $78 \times 9 = 6 \times x$

یا $\frac{78 \times 9}{6} = x$ یا روپیہ $x = 117$

اس لیے 9 بلبوں کی قیمت = 117 روپیہ

© copyright reserved to BSTBPC, Government of BIHAR (www.bstbpc.gov.in).
Publishing web/app/books will be a crime. Published by Abdiel Solutions (www.absol.in)

دوسرے طریقے میں پہلے تناسب بنا کر پھر ایک مساوات حاصل کیا اور حل نکالا۔ پہلے قاعدے میں پہلے 1 چیز کی قیمت نکال کر پھر مطلوبہ چیزوں کی قیمت معلوم کی۔ اسی طرح اس میں وحدانی قاعدے کا استعمال کیا۔

آیئے طریقۂ وحدانی کا استعمال کرتے ہوئے کچھ اور مسائل حل کریں:

مثال: 7 ایک مزدور 15 دنوں میں 1815 روپیہ کماتا ہے۔ اگر وہ 8 دنوں تک ہی کام کرنا چاہیے تو اسے کتنی ضروری حاصل ہوگی؟

حل: پہلا طریقہ: چونکہ 15 دنوں کی مزدوری =1815روپیہ

اس لیے دن کی مزدوری $=\frac{1815}{15}=121$ روپیہ

اس لیے 8 دن کی مزدوری $=121\times 8$ روپیہ $=968$ روپیہ

دوسرا طریقہ:

مزدوری روپیہ میں	1815	x
دنوں کی تعداد	15	8

مان لیا کہ مزدوری x روپیہ ہے۔

تو $1815:x::15:8 \Rightarrow \frac{1815}{x}=\frac{15}{8} \Rightarrow 1815\times 8=x\times 15$

سوالنامہ: 10.1

$\Rightarrow \frac{1815\times 8}{15}=x \Rightarrow x=968$ روپیہ

-1 نسبت معلوم کیجئے:

(a) 3 کیلوگرام کا 600 گرام سے (b) 2 گھنٹے کا 03 منٹ سے

(c) 340 سینٹی میٹر کا 4 میٹر سے (d) 75 روپیہ کا 200 پیسے سے

-2 مندرجہ ذیل نسبتوں کو سہل شکل میں لکھئے:

(a) 45:60 (b) 144:84 (c) 184:12

© copyright reserved to BSTBPC, Government of BIHAR (www.bstbpc.gov.in).
Publishing web/app/books will be a crime. Published by Abdiel Solutions (www.absol.in)

S.S.A. 2014-15 (FREE)

3- اوپیندر کی تنخواہ 42000 روپیہ ماہانہ ہے اور وہ ہر ماہ 6000 روپیہ انکم ٹیکس میں جمع کرتے ہیں۔ نسبت معلوم کیجئے: (a) آمدنی کا انکم ٹیکس کے ساتھ نسبت (b) انکم ٹیکس کا آمدنی کے ساتھ نسبت

(c) کیا یہ دونوں نسبت مساوی ہیں۔

4- ایک ربن (Ribbon) کی لمبائی 10 میٹر اور اس کی چوڑائی 25 سینٹی میٹر ہے۔ ذیل کی نسب معلوم کیجئے:

(a) لمبائی کا چوڑائی کے ساتھ (b) چوڑائی کا لمبائی کے ساتھ

(c) کیا دونوں نسبت مساوی ہیں؟

5- مندرجہ ذیل نسبتوں کا دو مساوی نسبت معلوم کیجئے:

(a) 3:7 (b) 4:9

6- اگر تناسب کے (Proportion) کے پہلے تین رکن 5 ,3 اور 12 ہے تو چوتھا مقام معلوم کیجئے۔

7- $3:x::9:15$ ہو تو x کی قیمت معلوم کیجئے۔

8- بازار میں کیلے 18 روپیہ فی درجن فروخت ہو رہے ہیں تو 10 کیلوں کی قیمت کیا ہوگی؟

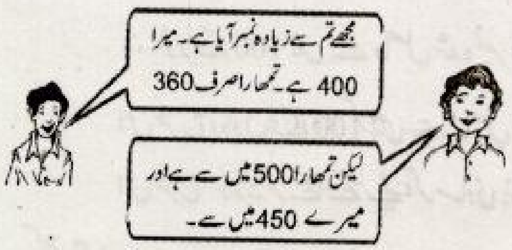
9- مٹھائی بنانے میں چینی اور کھویے کی نسبت (Ratio) 3:7 رکھا جائے تو 12 کیلوگرام چینی کی مٹھائی بنانے کے لیے کتنے کھویے کی ضرورت ہوگی؟

10- ایک موٹر سائیکل 2 لیٹر پٹرول میں 120 کیلو میٹر دوری طے کرتی ہے۔ بتائیے 300 کیلو میٹر دور تک جانے میں کتنے لیٹر پٹرول کی ضرورت ہوگی؟

11- ایک مکان کا 4 ماہ کا کرایہ 10,000 روپیہ ہے تو پورے سال کا کرایہ بتائیے۔

10.3- فی صد (Percentage)

ابھیشیک اور انور آج رزلٹ لائے ہیں۔ وہ دونوں اپنا رزلٹ دیکھ کر بات کرتے ہیں:



	ابھیشیک	انور
کل نمبر	500	450
حاصل شدہ نمبر	400	360

آپ بتائیے کس کا رزلٹ اچھا ہے؟

© copyright reserved to BSTBPC, Government of BIHAR (www.bstbpc.gov.in).
Publishing web/app/books will be a crime. Published by Abdiel Solutions (www.absol.in)

دونوں انور کی بہن شبنم کے پاس جاتے ہیں۔ شبنم نے کہا بغیر کل نمبر دیکھے اس طرح موازنہ نہیں کیا جا سکتا ہے۔

اس میں ہمیں ایک جیسے کل نمبر کی بنیاد پر حاصل عدد کا موازنہ کرنا ہوگا۔ بنیاد یکساں کرنے کے لیے ہم نے طریقۂ وحدانی بھی پڑھا ہے۔

انور کے 450 میں سے حاصل شدہ نمبر=360 ابھیشیک کے 500 میں سے حاصل شدہ نمبر= 400

انور کے 1 میں سے حاصل شدہ نمبر= $\frac{360}{400}$

انور کے 500 میں سے حاصل شدہ نمبر= $\frac{360}{440}\times 500 = 400$

اسی طرح دونوں کے نمبروں کی ایک مساوی بنیاد 500 پر موازنہ کرنے پر ہمیں معلوم ہوا کہ دونوں کا رزلٹ یکساں ہیں۔

اس طرح موازنہ کرنے کے لیے بنیاد شکل میں 100، 1000، 10000 یا کسی بھی دوسرے آسانی سے نمبر کا استعمال کر سکتے ہیں۔

پھر ابھیشیک کے 500 میں سے حاصل شدہ نمبر = 400

ابھیشیک کے 1 میں سے حاصل شدہ نمبر= $\frac{400}{500}$

ابھیشیک کے 100 میں سے حاصل شدہ نمبر= $\frac{400}{500}\times 100 = 80$

$\because$ انور کے 450 میں سے حاصل شدہ نمبر= 360

$\therefore$ انور کے 1 میں سے حاصل شدہ نمبر= $\frac{360}{450}$

$\therefore$ انور کے 100 میں سے حاصل شدہ نمبر= $\frac{360}{450}\times 100 = 80$

اس طرح دونوں کے 100 میں سے حاصل شدہ نمبر بالترتیب 80, 80 ہیں۔

اس طرح موازنہ کرنے کے لیے اگر مساوی بنیاد 100 لیتے ہیں تب اسے فی صد(Percentage) کہتے ہیں۔

فی صد ایک کسر ہے، جس کا نسب نما ہمیشہ تخمینہ 100 رہتا ہے اور شمار کنندہ فی صد کا عدد ہوتا ہے۔

© copyright reserved to BSTBPC, Government of BIHAR (www.bstbpc.gov.in).
Publishing web/app/books will be a crime. Published by Abdiel Solutions (www.absol.in)

فی صد کی علامت کو % کے ذریعہ ظاہر کرتے ہیں۔ جیسے : 50 فیصد کا مطلب ہے 100 میں 50۔ اسے علامتی شکل میں 50% لکھتے ہیں۔ اس کی کسری شکل $\frac{50}{100}$ ہے۔ اس کو اعشاریہ میں 0.5 لکھتے ہیں۔ اس طرح فیصد کو عام کسر یا اعشاریہ کی صورت میں بھی لکھا جا سکتا ہے۔

10.3.1- کسری اعداد کو فیصد میں بدلنا

کسری اعداد میں نسب نما کوئی بھی عدد ہو سکتا ہے۔ اس کا مقابلہ کرنے کے لیے ہمیں ان کے نسب نماؤں کو یکساں کرنا پڑتا ہے۔ اور دیکھ چکے ہیں کہ جب ان میں ہر ایک کا نسب نما 100 ہو تو موازنہ کرنا زیادہ آسان ہوتا ہے۔ یعنی ہم کسروں کو فیصد میں بدل رہے ہیں۔ آیئے اب ہم کچھ کسروں کو فیصد میں بدلنے کی کوشش کریں:

مثال: 8 $\frac{3}{5}$ کو فی صد کی شکل میں لکھئے:

حل: $\frac{3}{5}$ کا فیصد شکل $= \frac{3}{5}\times\frac{100}{100} = \frac{3\times 20}{100} = \frac{60}{100} = 60\%$

مثال: 9 کسی جماعت میں 32 طلبہ میں سے 8 غیر حاضر ہیں۔ غیر حاضر طلبا کی فیصد کیا ہے؟

حل: جماعت کے کل طلبہ کی تعداد $=32$

غیر حاضر طلبہ کی تعداد $=8$

حاضر طلبہ کی تعداد $=32-8=24$

غیر حاضر طلبہ کا فیصد $=\left(\frac{8}{32}\times 100\right)\% \quad = \frac{1}{4}\times 100$

$=\frac{100}{4} = 25\%$

یا حاضر طلبہ کی تعداد $=$ 100 $-$ غیر حاضر طلبہ کا فیصد $=$ 100 $-$

$=(100-25)\% = 75\%$

© copyright reserved to BSTBPC, Government of BIHAR (www.bstbpc.gov.in).
Publishing web/app/books will be a crime. Published by Abdiel Solutions (www.absol.in)

کوشش کیجئے:

1- مندرجہ ذیل کسروں کو فیصد میں بدلئے:

(i) $\frac{8}{25}$ (ii) $5\frac{1}{4}$ (iii) $\frac{4}{4}$ (iv) $\frac{49}{50}$

2- ایک دکان میں مختلف سائز کے درج ذیل جوڑے جوتے موجود ہیں۔

سائز	2	3	4	5	6
جوتوں کی تعداد	20	30	28	14	8

ہر ایک سائز میں موجود جوتوں کا فیصد کیا ہے؟

10.3.2 - اعشاریہ کسر کو فیصد میں بدلنا

آیئے کچھ مثال لیں:

مثال: 10- دیئے گئے اعشاریہ کو فیصد میں بدلئے:

(a) 0.49 (b) 3.75 (c) 0.009

حل:

(a) $0.49 = \frac{0.49 \times 100}{100} = \frac{49}{100} = 49\%$

(b) $3.75 = \frac{3.75 \times 100}{100} = \frac{375}{100} = 375\%$

(c) $0.009 = \frac{0.009 \times 100}{100} = \frac{0.9}{100} = 0.9\%$

اس لیے ظاہر ہے کہ اگر کسی اعشاریہ کو فی صد میں بدلنا ہو تو نسب نما کو 100 رکھتے ہوئے اعشاریہ کو کسر میں بدلتے ہیں۔

آیئے کچھ کریں:

مندرجہ ذیل اعشاریوں کو فی صد میں بدلئے:

(a) 0.33 (b) 4.5 (c) 6.75

© copyright reserved to BSTBPC, Government of BIHAR (www.bstbpc.gov.in).
Publishing web/app/books will be a crime. Published by Abdiel Solutions (www.absol.in)

10.3.3- فیصد کو عام کسر یا اعشاریہ میں بدلنا

ابھی تک ہم نے عام کسر یا اعشاریہ کسر کو فی صد میں بدلا۔ سوچو کیا ہم اس کے اُلٹ کسی فیصد کو عام کسر یا اعشاریہ کسر میں بدل سکتے ہیں؟

آیئے کچھ مثال لے کر دیکھیں:

مثال: 11- مندرجہ ذیل فی صد کو عام کسر میں بدلئے:

(a) 75% (b) 20% (c) $3\frac{1}{5}\%$

حل:

(a) $75\% = \frac{75}{100} = \frac{3}{4}$ (b) $20\% = \frac{20}{100} = \frac{1}{5}$

(c) $3\frac{1}{5}\% = \frac{16}{5}\% = \frac{16}{5\times100} = \frac{4}{125}$

ہم نے دیکھا کہ فیصد کو کسر میں بدلتے وقت عدد کا ن سب نما 100 رکھتے ہوئے لکھتے ہیں اور اس کسر کا سب سے سہل شکل حاصل کرتے ہیں۔

(a) $40\% = \frac{40}{100} = 0.40$

(b) $12\frac{1}{5}\% = 12.2\% = \frac{12.2}{100} = 0.122$

(c) $10.2\% = \frac{10.2}{100} = 0.102$

ظاہر ہے کہ فی صد کو کسر میں بدلتے وقت سب سے پہلے نسب نما کو 100 رکھتے ہیں۔ اور تب اس کسر کے شمار کنندہ کو 100 سے تقسیم دے کر اعشاریہ میں بدلتے ہیں۔

10.3.4- اندازہ کے ساتھ تفریح

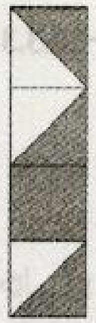
فیصد ایک دیئے گئے رقبہ کے کسی قطعہ کا اندازہ لگانے میں مدد کرتا ہے۔

آیئے کچھ مثال لیں:

(a) سامنے دی گئی شکل میں پوری شکل کا کتنا حصہ سایہ دار ہے؟ معلوم کرنا ہے۔

اس کے لیے سب سے پہلے کسر سے سایہ دار حصہ کا فیصد معلوم کر لیتے ہیں۔

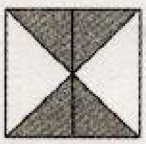
© copyright reserved to BSTBPC, Government of BIHAR (www.bstbpc.gov.in).
Publishing web/app/books will be a crime. Published by Abdiel Solutions (www.absol.in)



تصویر میں $\frac{1}{8}+\frac{1}{8}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}=\frac{1+1+2+1}{8}=\frac{5}{8}$

اور $\frac{5}{8}=\left(\frac{5}{8}\times100\right)\%=\frac{500}{8}\%=62.5\%$

اس طرح 62.50% حصہ سایہ دار ہے۔



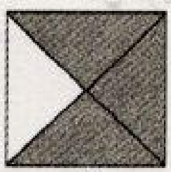
(b) تصویر سے ظاہر ہے کہ مکمل تصویر کا آدھا حصہ سایہ دار ہے۔

اور $\frac{1}{2}=\frac{1}{2}\times100\%=50\%$

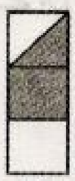
اس طرح 50% حصہ سایہ دار ہے۔

کوشش کیجیے:

درج ذیل تصویروں میں رنگین حصہ تصویر کے کل رقبہ کا کتنا فیصد حصہ ہے؟



(i)



(ii)

10.4- فیصد کا استعمال

10.4- ابھی تک ہم نے یہ دیکھا کہ مقابلہ کرنے کے لیے فیصد کتنا فائدہ مند ہے۔ ہم نے عام کسر اور اعشاریہ کسر کو فی صد میں بدلنا بھی سیکھا۔ اب ذیل کے اقوال پر غور کیجیے:

— شیوم اپنی آمدنی کا 10% بچت کرتا ہے۔

— جہانگیر کو ہر ایک کتاب فروخت کرنے پر 15% کا نفع ملتا ہے۔

— ریاست بہار کی ترقی کی شرح 11% پہنچ چکی ہے۔

— بازار میں کھادی پوشاک پر 25% کی رعایت دی گئی ہے۔

ان سارے اقوال سے آپ کیا نتیجہ نکال سکتے ہیں؟

© copyright reserved to BSTBPC, Government of BIHAR (www.bstbpc.gov.in).
Publishing web/app/books will be a crime. Published by Abdiel Solutions (www.absol.in)

پہلے قول سے ہمارا مطلب ہے 100 میں سے 10واں حصہ اور اسے ہم لکھتے ہیں $\frac{10}{100}$۔ اس کا مطلب ہے کہ شیوم حاصل کیے گئے ہر ایک 100 روپیہ میں سے 10 روپیہ بچاتا ہے۔ اسی طرح آپ بھی دوسرے تمام اقوال کا مطلب نکالیے۔

10.4.2- فی صد سے عدد حاصل کرنا

آیئے ایک مثال لیں :

مثال : 13- 7ویں جماعت کے 60 بچوں کے معائنہ سے پتا چلا کہ 30% مڈ ڈے میل کے وقت چاول کڑھی کھانا پسند کرتے ہیں۔ تو کتنے بچوں کو چاول کڑھی پسند ہے۔

حل : جماعت vii میں بچوں کی کل تعداد 60 ہے۔ ان میں سے 30% چاول کڑھی کھانا پسند کرتے ہیں۔ جماعت کے انوپم اور راکھی نے ایسے بچوں کی تعداد معلوم کرنے کے لیے ذیل کے طریقوں کا استعمال کیا۔

انوپم :

100 میں سے چاول کڑھی کھانے والوں کی تعداد = 30

∵ 1 میں سے چاول کڑھی کھانے والوں کی تعداد = $\frac{30}{100}$

اس لیے 60 میں سے چاول کڑھی کھانے والوں کی تعداد = $\frac{30}{100}\times 60 = 18$

راکھی :

60 کا 30 فیصد

$$= 60\times 30\%$$
$$= 60\times\frac{30}{100}$$
$$= \frac{60\times 30}{100} = 18$$

اس طرح 60 بچوں میں سے 18 بچے چاول کڑھی کھانا پسند کرتے ہیں۔

اوپر کی مثالوں کو دھیان سے دیکھنے پر معلوم ہوتا ہے کہ انوپم نے بچوں کی تعداد کو معلوم کرنے کے لیے طریقہ وحدانی کا استعمال کیا۔ جب کہ راکھی نے سب سے پہلے دیئے گئے فی صد کو عام کسر میں بدلا ہے۔ پھر اس نے دیئے گئے عدد کو اس عام کسر سے ضرب کر کے مطلوبہ عدد حاصل کیا ہے۔ آپ بھی ان طریقوں کا استعمال کر کے ذیل کے سوالوں کو حل کریں۔

© copyright reserved to BSTBPC, Government of BIHAR (www.bstbpc.gov.in).
Publishing web/app/books will be a crime. Published by Abdiel Solutions (www.absol.in)

مثال: 14 شوبھم اپنے باپ کی ماہانہ آمدنی کا 15% بچت کر کے 450 روپے جمع کر لیتا ہے۔ معلوم کیجئے کہ

خود کیجئے:

-1 (a) 400 کا 8% (b) 350 کا 20% (c) 40 کا 40%

-2 ڈکش پورے سال میں 240 دن چلنے والے اسکول میں 80% حاضر رہا تو معلوم کیجئے کہ وہ کتنے دن اسکول گیا۔

شوبھم کے باپ کی ماہانہ آمدنی کیا تھی؟

حل: ان سوالوں کا حل جماعت میں نکالنے کے لیے شِوم اور حنا کوشش کرتی ہے۔ آیئے دیکھیں دونوں نے شوبھم کے باپ کی ماہانہ آمدنی کیسے معلوم کیا؟

شِوم:

کل آمدنی کا 15% = 450

مان لیا کہ کل آمدنی x روپیہ ہے۔

اس لیے x کا 15% = 450

یعنی $x \times \frac{15}{100} = 450$

یا $x = \frac{450 \times 100}{15} = 3000$

اس لیے $x = 3000$ روپیہ

حنا:

$\because$ 15 روپیہ کی بچت ہر 100 روپیہ پر ہوتی ہے۔

تب 1 روپیہ کی بچت ہوگی $\frac{100}{15}$ روپیہ پر

$\therefore$ تب 450 روپیہ پر بچت ہوگی $450 \times \frac{100}{15}$ روپیہ پر

$= \frac{100}{15} \times 450 = 3000$

سوالنامہ : 10.2

-1 دیئے گئے کسری اعداد کو فیصد میں بدلئے:

(a) $\frac{3}{10}$ (b) $\frac{2}{5}$ (c) $\frac{3}{5}$ (d) $\frac{5}{8}$ (e) $\frac{7}{12}$

-2 دیئے گئے اعشاریہ کسروں کو فیصد میں بدلئے:

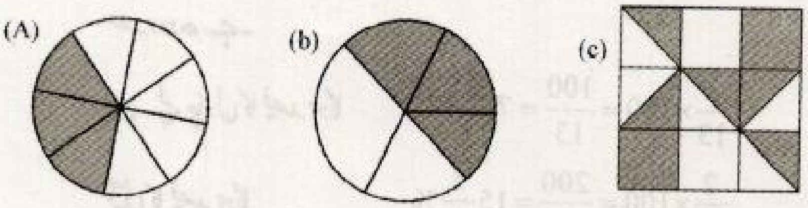
(a) 0.45 (b) 1.25 (c) 3.2 (d) 0.375

© copyright reserved to BSTBPC, Government of BIHAR (www.bstbpc.gov.in).
Publishing web/app/books will be a crime. Published by Abdiel Solutions (www.absol.in)

3- دیئے گئے فیصد کو عام کسر اور اعشاریہ کسر میں بدلئے اور اپنے جواب کو سہل ترین شکل میں لکھئے :

(a) 25% (b) 18% (c) $12\frac{3}{4}\%$ (d) 60%

4- نیچے دی گئی تصویر کا کتنا فی صد حصہ سایہ دار ہے؟



5- ایک آدمی کی ماہانہ آمدنی 7000 روپیہ ہے۔ اور وہ 1400 روپیہ فی ماہ بچاتا ہے۔ تو وہ اپنی آمدنی کا کتنا فیصد حصہ خرچ کرتا ہے؟

6- ایک آدمی اپنی آمدنی کا چوتھائی حصہ کھانا پر 15%، تعلیم پر اور کرایہ پر 22% خرچ کرتا ہے۔ اگر وہ 266 روپیہ بچاتا ہے تو اس کی آمدنی کیا ہے؟

7- ایک شہر کی آبادی ہر سال 5% بڑھ جاتی ہے۔ اگر اس کی موجودہ آبادی 5,14,700 ہے، تو اگلے سال اس کی آبادی کیا ہوگی؟

8- کسی اسکول کے طلبا یونین کے الیکشن میں صدر کے لیے دو طلبا میں سیدھا مقابلہ تھا۔ اگر کامیاب طلبا کو کل 55% ووٹ ملے اور وہ 70 ووٹوں سے جیت گیا تو کل کتنے صحیح ووٹ پڑے اور ہارنے والے امیدوار کو کتنے ووٹ ملے؟

9- ایک کرسی اور ایک ٹیبل دونوں کی کل قیمت 2800 روپیہ ہے۔ اگر کرسی کی قیمت ٹیبل کی قیمت سے 40% کم ہے تو کرسی کی قیمت بتایئے۔

10.4.3- نسبتوں سے فیصد

کبھی کبھی کسی چیز یا عدد کے حصے نسبت کی شکل میں دیئے ہوتے ہیں۔ انھیں فیصد کی شکل میں بدلنا پڑتا ہے۔ آیئے ہم ایک مثال لیتے ہیں۔

مثال: 15 گنجن نے بتایا کہ کھیر بنانے کے لیے 1 حصہ چاول کی مقدار، 2 حصہ چینی اور 10 حصہ دودھ کی ضرورت ہوتی ہے۔ کھیر کے ایسے مرکب میں چاول، چینی اور دودھ کی فیصد معلوم کیجئے۔

© copyright reserved to BSTBPC, Government of BIHAR (www.bstbpc.gov.in).
Publishing web/app/books will be a crime. Published by Abdiel Solutions (www.absol.in)

حل: مرکب کو فیصد کی شکل میں اس طرح لکھا جائے گا:

چاول : چینی : دودھ = 1 : 2 : 10

اب کل حصہ = 13 = 10+2+1 یعنی مرکب میں $\frac{1}{13}$ حصہ چاول، $\frac{2}{13}$ حصہ چینی اور $\frac{10}{13}$ حصہ دودھ ہے۔

اس لیے چاول کا فیصد ہوگا $\frac{1}{13}\times 100 = \frac{100}{13} = 7\frac{9}{13}\%$

چینی کا فیصد ہوگا $\frac{2}{13}\times 100 = \frac{200}{13} = 15\frac{5}{13}\%$

دودھ کا فیصد ہوگا $\frac{10}{13}\times 100 = \frac{1000}{13} = 76\frac{12}{13}\%$

مثال: 10 اگر 500 روپیہ کو روی، مکیش اور سریش میں اس طرح بانٹئے کہ روی کو دو حصہ مکیش کو تین حصہ اور سریش کو پانچ حصہ ملے۔ اس بٹوارے میں ہر ایک کو کتنے روپے ملے اور ان کا فیصد کتنا تھا؟

حل: ہر ایک کے حصہ کو نسبت شکل میں اس طرح لکھا جائے گا:

روی	مکیش	سریش
2	3	5

سبھی حصوں کا جوڑ 5+3+2 = 10

کل روپے میں ہر ایک کا فیصد	ہر ایک کو ملے روپے
روی کو ملا $\frac{2}{10}\times 100 = 20\%$	روی کو ملا $\frac{2}{10}\times 500$ روپیہ = 100 روپیہ
مکیش کو ملا $\frac{3}{10}\times 100 = 30\%$	مکیش کو ملا $\frac{3}{10}\times 500$ روپیہ = 150 روپیہ
سریش کو ملا $\frac{5}{10}\times 100 = 50\%$	سریش کو ملا $\frac{5}{10}\times 500$ روپیہ = 250 روپیہ

خود کیجیے:

-1 اگر مثلث کے زاویوں میں نسبت 2:3:5 ہے تب اس کے ہر ایک زاویے کا ناپ کیا ہوگا؟

-2 20 چیزوں کو مونو اور سونو میں اس طرح بانٹئے کہ انھیں کل کا بالترتیب 30% اور 70% ملے۔

© copyright reserved to BSTBPC, Government of BIHAR (www.bstbpc.gov.in).
Publishing web/app/books will be a crime. Published by Abdiel Solutions (www.absol.in)

10.4.4 اضافہ یا کمی فیصد کی شکل میں

کبھی کبھی ہمیں کسی رقم میں ہوئی کمی یا بیشی کو فیصد کی شکل میں معلوم کر سمجھنا، ایسے سمجھنے سے زیادہ مناسب معلوم ہوتا ہے۔

مثال کے لیے اگر کسی شہر کی آبادی 2,20,000 سے بڑھ کر 2,42,000 ہوگئی تب ایسی حالت میں آبادی کی زیادتی کو فیصد کی شکل میں سمجھنا زیادہ آسان ہوتا ہے۔ جیسے یہ کہیں کہ ریاست کی آبادی 10% بڑھ گئی ہے۔ کسی عدد کو بڑھنے یا گھٹنے پر کل عدد کے فیصد کی شکل میں شمار کرنے کے لیے آیئے ایک مثال لیں:

مثال: 17 بڑھتے یا گھٹتے کا فیصد معلوم کریں اگر:

(a) کسی قمیص کی قیمت 280 روپیہ سے گھٹ کر 250 روپیہ ہو جاتی ہے۔

(b) پروین کو جانچ کے امتحان میں نمبر 40 سے بڑھ کر 70 ہو جاتا ہے۔

حل: (a) قمیص کی صحیح قیمت = 280 روپیہ

قمیص کی گھٹی قیمت = 250 روپیہ

قیمت میں کمی = (280-25) روپیہ = 30 روپیہ

قیمت میں فیصد کمی = × 100 روپیہ

$$=\frac{30}{280}\times100=\frac{300}{28}=\frac{75}{137}=10\frac{5}{7}\%$$

اس لیے کمی کا فیصد $10\frac{5}{7}\%$ ہے۔

(b) حاصل نمبر میں اضافہ = 30=70−40

حاصل نمبر میں فیصد کا اضافہ = × 100 روپیہ

$$=\frac{30}{40}\times100=75\%$$

یعنی حاصل نمبر میں 75% کا اضافہ ہوا۔

© copyright reserved to BSTBPC, Government of BIHAR (www.bstbpc.gov.in).
Publishing web/app/books will be a crime. Published by Abdiel Solutions (www.absol.in)

خود کیجئے:

-1 کسی شہر کی آبادی سال 2005 میں 7,00,000 (سات لاکھ) تھی، جو سال 2010 میں 10,00,000 (دس لاکھ) ہوگئی۔ تو آبادی میں ہوا اضافہ فیصد میں معلوم کیجئے۔

-2 کسی اسکول کے ایک طلبہ کی فیس 200 روپیہ فی ماہ سے بڑھا کر 250 روپیہ فی ماہ کر دیتا ہے۔ فیس میں ہوا اضافہ فیصد میں معلوم کیجئے۔

-3 کسی ملک میں پچھلے دس سالوں میں ناخواندوں کی تعداد 125 لاکھ سے گھٹ کر 10 لاکھ رہ گئی۔ گھٹنے کا فیصد کتنا رہا؟

-10.5 کسی شے سے متعلق قیمت یعنی قیمت خرید اور قیمت فروخت

ہمیں اپنے روزمرہ کی زندگی میں کئی مرتبہ چیزوں کو خریدنے یا بیچنے کی ضرورت پڑتی ہے۔ ایک دکاندار چیزوں کو تھوک بیچنے والے (Whole Saler) کے یہاں سے خرید کر لاتا ہے اور کچھ منافع لے کر وہ گاہک کو بیچ دیتا ہے۔ چیزوں کو تھوک بیچنے والوں کے یہاں سے اپنے دکان تک لانے میں اسے چیزوں کی ڈھلائی یا ٹیکس دینے وغیرہ پر بھی خرچ کرنا پڑتا ہے۔ آیئے روزمرہ کی زندگی میں استعمال ہونے والے کچھ بیانات کو سمجھنے کی کوشش کریں:

(i) ایک سائیکل 2000 روپیہ میں دکاندار کے ذریعہ خریدا گیا اور وہ 50 روپیہ رکشہ کرایہ لگا کر اسے اپنی دکان میں لایا۔ پھر اسے 2550 روپیہ میں گاہک کو بیچ دیا۔

(ii) ایک پھل دکاندار نے ایک ٹوکری سیب 500 روپیہ میں خریدا اور اسے 390 روپیہ میں بیچ دیا۔

اب پہلے قول پر غور کرتے ہیں۔ کیا آپ بتا سکتے ہیں کہ دکاندار کے ذریعہ سائیکل خریدنے میں کتنی قیمت ادا کی گئی؟ یقیناً دکاندار کے ذریعہ سائیکل خریدنے میں ادا کی گئی قیمت = (50 + 200) روپیہ = 2050 روپیہ۔

جس قیمت پر کوئی چیز خریدی جاتی ہے۔ وہ اس کی خرید قیمت ہوتی ہے یعنی (Cost Price) کہلاتا ہے۔ اسے مختصر میں (C.P.) لکھا جاتا ہے۔ چیزوں کو خریدنے کے لیے خرید قیمت کے علاوہ جو بھی خرچ کرنا پڑتا ہے۔ یہ سبھی دیگر اخراجات کہلاتے ہیں۔ اور چیز کی خرید قیمت کا ہی حصہ بن جاتے ہیں۔

اس لیے چیز کی اصل خرید قیمت = خرید قیمت + دیگر اخراجات

© copyright reserved to BSTBPC, Government of BIHAR (www.bstbpc.gov.in).
Publishing web/app/books will be a crime. Published by Abdiel Solutions (www.absol.in)

جس قیمت پر کوئی چیز بیچی جاتی ہے۔ وہ اس کا فروخت قیمت(Selling Price) کہلاتا ہے اور اسے مختصر میں (S.P.) لکھا جاتا ہے۔

اب ظاہر ہے کہ سائیکل کی خرید قیمت 2050 روپیہ اور فروخت قیمت 2550 روپیہ ہے۔ اسی طرح سیب کی خرید قیمت 500 روپیہ اور فروخت قیمت 390 روپیہ ہے۔

اوپر کے بیانات پر غور کرنے کے بعد ظاہر ہوتا ہے کہ جہاں سائیکل کی خرید قیمت سے فروخت قیمت زیادہ ہے وہیں سیب کی خرید قیمت سے فروخت قیمت کم ہے۔

اس لیے اگر کسی چیز کی فروخت قیمت اس چیز کی خرید قیمت سے زیادہ ہو تو فروخت کرنے والوں کو نفع ہوتا ہے۔

اگر خرید قیمت < فروخت قیمت

تب نفع (Profit) = خرید قیمت = فروخت قیمت

اگر خرید قیمت > فروخت قیمت

تب نقصان (Loss) = خرید قیمت - فروخت قیمت

اگر کسی چیز کی فروخت قیمت اس چیز کی خرید قیمت سے کم ہو تو (بیچنے والے کو) نہ تو نقصان ہوتا ہے اور نہ ہی نقصان۔

اگر خرید قیمت = فروخت قیمت، تب نہ تو نفع اور نہ ہی نقصان۔

10.5.1- نفع یا نقصان فیصد میں

نفع یا نقصان کو فیصد کی شکل میں بھی معلوم کیا جا سکتا ہے۔ ہمیں یہ دھیان میں رکھنا ہوگا کہ نفع یا نقصان کا شمار ہمیشہ اصل خرید قیمت پر ہی کرتے ہیں۔

آیئے مندرجہ بالا مثالوں میں ہم فیصد نفع یا فیصد نقصان بھی معلوم کر سکتے ہیں:

(i) سائیکل کی خرید قیمت = 2050 روپیہ

سائیکل کی فروخت قیمت = 2550 روپیہ

نفع = خرید قیمت = فروخت قیمت

= (2550 – 2050) روپیہ

= 500 روپیہ

© copyright reserved to BSTBPC, Government of BIHAR (www.bstbpc.gov.in).
Publishing web/app/books will be a crime. Published by Abdiel Solutions (www.absol.in)

فیصد نفع کے لیے ریشمی اور آلوک نے ذیل کے قاعدوں کو اپنایا:

ریشمی

$$\text{نفع فیصد} = \frac{\text{نفع}}{\text{خرید قیمت}} \times 100$$

$$= \frac{500}{2050} \times 100$$

$$\text{نفع}\,\% = 24\frac{16}{41}$$

آلوک

∵ 2050 روپیہ پر 500 روپیہ کا نفع ہوتا ہے۔

$$\therefore \text{ 1 روپیہ پر نفع} = \frac{500}{2050}$$

$$\text{اس لیے 100 روپیہ پر نفع} = \frac{500}{2050} \times 100$$

$$\text{اس لیے نفع}\,\% = 24\frac{16}{41}$$

(ii) اسی طرح آپ دوسرے سوال میں بھی نقصان کا فیصد معلوم کر سکتے ہیں۔

یہاں خرید قیمت = 50 روپیہ، فروخت قیمت = 390 روپیہ

اس لیے نقصان = خرید قیمت − فروخت قیمت

= 390 روپیہ − 500 روپیہ = 110 روپیہ

ریشمی

$$\text{نقصان فیصد} = \frac{\text{نقصان}}{\text{خرید قیمت}} \times 100$$

$$= \frac{110}{500} \times 100$$

$$\text{نفع}\,\% = 22$$

آلوک

500 روپیہ پر نقصان = 110 روپیہ

$$\text{اس لیے 1 روپیہ پر نقصان} = \frac{110}{500}$$

$$\text{اس لیے 100 روپیہ پر نقصان} = \frac{110}{500} \times 100$$

$$= \frac{110}{500} \times 100 = 22$$

اس لیے نقصان % = 22 ہے۔

مثال: 18 رامو نے ایک پرانی موٹر سائکل 2000 روپیہ میں خریدی اور اس کی مرمت وغیرہ میں 3000 روپیہ خرچ کیا۔ اُس نے یہ موٹر سائکل 18500 روپیہ میں بیچ دی۔ اس کا نفع یا نقصان معلوم کیجئے۔

حل: پہلا طریقہ:

موٹر سائکل کی خرید قیمت = 12000 روپیہ

مرمت پر خرچ = 3000 روپیہ

© copyright reserved to BSTBPC, Government of BIHAR (www.bstbpc.gov.in).
Publishing web/app/books will be a crime. Published by Abdiel Solutions (www.absol.in)

اصل خرید قیمت = (12000 + 3000) روپیہ =15000 روپیہ

موٹر سائکل کی فروخت قیمت، یہاں ف.ق. > خ.ق. =18500 روپیہ

اس لیے نفع = خ.ق. - ف.ق.= 15000 روپیہ – 18500 روپیہ = 3500 روپیہ

نفع فیصد = $\frac{3500}{15000}\times 100 = 23\frac{1}{3}\%$

حل: دوسرا طریقہ:

15000 روپیہ پر نفع ہوتا ہے = 3500 روپیہ

1 روپیہ پر نفع ہوگا = $\frac{3500}{15000}$

تو 100 روپیہ پر نفع ہوگا = $\frac{3500}{15000}100 = 23\frac{1}{3}\% $

مثال: 19 ایک تاجر نے ایک کوئنٹل گیہوں 1200 روپیہ میں خریدا۔ پانی میں بھیگ جانے کی وجہ سے اُسے 9 روپیہ فی کیلوگرام کی قیمت سے گیہوں فروخت کرنا پڑا۔ معلوم کیجئے اسے کتنا فیصد نفع یا نقصان ہوا؟

حل: یہاں 1 کوئنٹل (100 کیلوگرام) گیہوں کی خرید قیمت = 1200 روپیہ

100 کیلوگرام گیہوں کا فروخت قیمت، یہاں خ.ق. > ف.ق.= 900 = 9 × 100 روپیہ

پہلا طریقہ

اس لیے نقصان = خرید قیمت - فروخت قیمت

= روپیہ300 = 1200–900

نقصان فیصد = 100× روپیہ

$25 = \frac{300\times 100}{1200}$

نقصان فیصد = 25%

دوسرا طریقہ

1200 روپیہ پر نقصان ہوتا ہے = 300

1 روپیہ پر نقصان ہوگا = $\frac{300}{1200}$

100 روپیہ پر نقصان = $\frac{300}{1200}\times 100$

نقصان % = 25%

مثال: 20 ایک تاجر 1 ٹین تیل 780 روپیہ میں خریدتا ہے۔ وہ اسے فی لیٹر فی کس قیمت سے فروخت کرے کہ اسے پورے میں 20% کا نفع ہوا۔ (1 ٹین میں 15 لیٹر تیل آتا ہے)

© copyright reserved to BSTBPC, Government of BIHAR (www.bstbpc.gov.in).
Publishing web/app/books will be a crime. Published by Abdiel Solutions (www.absol.in)

حل : پہلا طریقہ :

یہاں 1 ٹین تیل کی خرید قیمت = 780 روپیہ

نفع = 20%

اس لیے 780 روپیہ کا 20% = $\frac{780 \times 20}{100}$ = 156 روپیہ

فروخت قیمت = خرید قیمت + نفع

780 روپیہ + 156 روپیہ = 936 روپیہ

اس لیے 1 ٹین کی فروخت قیمت = 936 روپیہ

یعنی 15 لیٹر تیل کی فروخت قیمت = 936 روپیہ

فروخت قیمت فی لیٹر = 936 ÷ 15 = 62.40 روپیہ فی لیٹر

حل : دوسرا طریقہ :

20% نفع کا مطلب ہے

100 روپیہ خرید قیمت ہے تو نفع = 20 روپیہ

اس لیے فروخت قیمت = 100 + 20 = 120 روپیہ

جب خرید قیمت = 100 روپیہ تب فروخت قیمت = 120 روپیہ

جب خرید قیمت = 1 روپیہ تب فروخت قیمت = $\frac{120}{100}$

جب خرید قیمت = 780 روپیہ تب فروخت قیمت = $\frac{120}{100} \times 780$ روپیہ = 936 روپیہ

فروخت قیمت فی لیٹر = 936 ÷ 15 = 62.40 روپیہ فی لیٹر

مثال :21 ایک ٹیلی ویژن کو 9000 روپیہ میں فروخت پر 10 فیصد نقصان ہوتا ہے۔ اسے کتنے روپیہ میں فروخت کیا جائے کہ 15 فیصد نفع ہو جائے۔

حل : پہلا طریقہ :

نقصان = خرید قیمت کا 10%

فروخت قیمت = خرید قیمت ــ نقصان

© copyright reserved to BSTBPC, Government of BIHAR (www.bstbpc.gov.in).
Publishing web/app/books will be a crime. Published by Abdiel Solutions (www.absol.in)

خرید قیمت کا%– خرید قیمت = خرید قیمت × $\frac{10}{100}$ – خرید قیمت

یا 9000 = خرید قیمت × $\frac{1}{10}$ – خرید قیمت

یا 9000 = $\left(1-\frac{1}{10}\right)$ خرید قیمت

∴ خرید قیمت = $9000\times\frac{10}{9}=10,000$

حل: دوسرا طریقہ:

ٹیلی ویژن کا فروخت قیمت = 9000 روپیہ

% نقصان = 10%

مانا کہ ٹیلی ویژن کی خرید قیمت = 100 روپیہ ہو

(10% نقصان پر بیچنے پر) پہلی فروخت قیمت = 10 – 100 = 90 روپیہ

جب فروخت قیمت 90 روپیہ ہو تو خرید قیمت = 100 روپیہ

جب فروخت قیمت 1 روپیہ ہو تو خرید قیمت = $\frac{100}{90}$

جب فروخت قیمت 9000 روپیہ ہو تو خرید قیمت = $\frac{100}{90}\times 9000$ = 1000 روپیہ

% نفع = 15%

نفع 10,000 کا 15% = $10000\times\frac{15}{100}$ = 1500 روپیہ

دوسری فروخت قیمت = 1500 + 10,000 = 11,500 روپیہ

اس لیے 15% نفع کمانے کے لیے دکاندار کو ٹیلی ویژن 11.500 روپیہ میں بیچنا چاہیے۔

© copyright reserved to BSTBPC, Government of BIHAR (www.bstbpc.gov.in).
Publishing web/app/books will be a crime. Published by Abdiel Solutions (www.absol.in)

1- ہدایت کے مطابق خالی جگہوں کو پُر کیجئے :

نمبر شمار	خرید قیمت	فروخت قیمت	نفع یا نقصان (روپیہ میں)	نفع یا نقصان (% میں)
(i)	420 روپیہ	450 روپیہ	نفع = 30 روپیہ	نفع % = $7\frac{1}{7}\%$
(ii)	700 روپیہ	679 روپیہ		
(iii)	300 روپیہ	324 روپیہ		
(iv)	110 روپیہ	88 روپیہ		

2- خالی جگہوں کو پُر کیجئے :

نمبر شمار	خرید قیمت	نقصان/نفع	فروخت قیمت	نفع یا نقصان (% میں)
(i)	1200 روپیہ	90 روپیہ نفع	1290 روپیہ	نفع % = $7\frac{1}{7}\%$
(ii)	500 روپیہ	25 روپیہ نفع		
(iii)	630 روپیہ	70 روپیہ نقصان		
(iv)	400 روپیہ	40 روپیہ نقصان		

3- خالی جگہوں کو پُر کیجئے :

نمبر شمار	فروخت قیمت	نفع / نقصان	خرید قیمت (روپیہ میں)	نفع یا نقصان (% میں)
(i)	1500 روپیہ	نقصان 350	1500 + 350 = 1850	$18\frac{34}{37}\%$ نقصان
(ii)	1400 روپیہ	نفع 280		
(iii)	950 روپیہ	نقصان 50		
(iv)	375 روپیہ	نفع 25		

© copyright reserved to BSTBPC, Government of BIHAR (www.bstbpc.gov.in).
Publishing web/app/books will be a crime. Published by Abdiel Solutions (www.absol.in)

-4 ایک چیز کی خرید قیمت 80 روپیہ ہے اور وہ چیز %25 کے نفع پر فروخت کی گئی تو نفع اور فروخت قیمت بتائیے۔

-5 کوئی مشین %7 کے نقصان پر 837 روپیہ میں فروخت کی گئی تو اس کی خرید قیمت نکالئے۔

-6 کسی چیز کی 72 روپیہ میں فروخت کرنے سے %10 کا نقصان ہوتا ہے۔ بتائیے کہ اسے کتنے میں بیچنے پر %20 کا نفع ہوگا؟

-7 ایک ریڈیو کو 880 روپیہ میں فروخت کرنے سے %10 نفع ہوتا ہے تو بتائیے کہ اگر اسے 760 روپیہ میں فروخت کیا جائے تو فروخت کرنے والا کتنے فیصد کے نفع یا نقصان میں رہے گا؟

-8 ایک کرسی %20 نقصان پر 240 روپیہ میں فروخت ہوتی ہے۔ مگر فروخت قیمت %10 بڑھ جائے تو بتائیے کہ کتنے فیصد کا نقصان ہوگا؟

-9 ایک تاجر نے 1 روپیہ کا 5 کی شرح سے 1000 آم خرید کر 1 روپیہ کے 4 کی شرح سے فروخت کر دیا تو اس کا نفع فیصد معلوم کیجئے۔

-10 ایک دکاندار نے دو سائیکل 1100 روپیہ فی سائیکل کے حساب سے فروخت کی۔ ایک پر اسے %10 کا نفع اور دوسرے پر %20 کا نقصان ہوا۔ بتائیے اسے نفع ہوا کہ نہیں؟

-10.6 قرض دی گئی رقم پر محصول یعنی سود مفرد (Simple interest)

روزمرہ کی زندگی میں ہمیں گھریلو خرچ کے لیے کاروبار کو بڑھانے کے لیے یا کوئی دوسرے کاموں کے لیے کچھ مزید رقم کی ضرورت ہوتی ہے۔ اس کے لیے بینک یا دوسرے لوگوں سے رقم لینا پڑتا ہے۔ قرض لی گئی رقم کو زر اصل (Principal) کہتے ہیں۔

یہ رقم واپس کرنے سے پہلے قرض حاصل کرنے والے شخص کے ذریعہ کچھ وقت تک اس کا استعمال کیا جاتا ہے۔ اس لیے ایک مقررہ مدت تک رقم کو استعمال میں لانے کے بدلے کچھ اضافی رقم بینک یا قرض دینے والے مہاجن کو دینا ہوتا ہے۔ قرض لی گئی رقم کے استعمال کے بدلے جو رقم دینا پڑتا ہے، وہ اضافی رقم سود (Interest) کہلاتی ہے۔

ایک مقررہ مدت کے بعد آپ کو زر اصل اور سود دونوں کو ملا کر پوری رقم قرض حاصل کرنے والے کو واپس کرنا پڑتا ہے، جسے زر کل (Amount) کہتے ہیں۔

یعنی زر کل = زر اصل + سود

© copyright reserved to BSTBPC, Government of BIHAR (www.bstbpc.gov.in).
Publishing web/app/books will be a crime. Published by Abdiel Solutions (www.absol.in)

سود ایک مقررہ شرح پر تخمینہ کیا جاتا ہے جو ہمیشہ ہر ایک 100 روپیہ کے لیے 1 سال کے لیے طے شدہ ہوتا ہے۔ اسے اس طرح لکھا جا سکتا ہے۔ 8 فیصد ہر سال یعنی 8 فیصد سالانہ۔

8 فیصد سالانہ کا مطلب ہے کہ ہر 100 روپیہ پر ہر سال 8 روپیہ سود کی شکل میں مزید رقم دینے ہوں گے۔

آیئے ایک مثال کے ذریعہ دیکھیں کہ سود کا حساب کیسے کیا جاتا ہے؟

مثال: 22 سریش 5500 روپیہ کا قرض کاشتکاری کے لیے 5% سالانہ کی شرح سے سود پر لیتا ہے۔ معلوم کیجئے کہ ایک سال بعد اسے کل کتنی رقم واپس کرنی ہوگی؟

حل: قرض لی گئی رقم = 5500 روپیہ

سود کی شرح = 5% ہر سال

اس کا مطلب ہے کہ اگر وہ 100 روپیہ قرض لیتا ہے تب اسے ایک سال بعد 5 روپیہ سود کی صورت میں دینے ہوں گے۔

اس لیے 5500 کے قرض پر اسے 1 سال بعد دینے ہوں گے $5500 \times \frac{5}{100}$ روپیہ = 275 روپیہ

یعنی ایک سال بعد اسے سود ملا کر زرِ کل دینا ہوگا 5500 روپیہ + 275 روپیہ = 5775 روپیہ

ایک سال کا سود معلوم کرنے کے لیے ہم ایک فارمولا بھی حاصل کر سکتے ہیں۔

اگر ہم زر اصل کو P سے اور شرح R% سالانہ کو R سے ظاہر کرتے ہیں تو ہمیں ہر ایک 100 کے لیے ایک سال کا R روپیہ سود دینا ہوگا۔

$\because$ P روپیہ قرض لینے پر ایک سال کا سود 1 روپیہ ہوگا۔

$$1 = \frac{R \times P}{100} = \frac{P \times R}{100}$$

10.6.1- ایک سے زیادہ سالوں کے لیے سود

اگر رقم ایک سال سے زیادہ وقت کے لیے قرض لیا جاتا ہے تب سود کا حساب بھی اتنے وقت کیا جاتا ہے۔ جتنے وقت کے لیے رقم رکھا گیا ہے۔ مثال کے لیے اگر سریش وہی رقم اسی شرح پر دو سال بعد واپس کرتا ہے تب اسے سود بھی دوگنا یعنی 275 روپیہ پہلے سال کے لیے اور 275 روپیہ دوسرے سال کے لیے۔ زر اصل وہی رہتا ہے۔ یہ نہیں بدلتا اور سود بھی ہر سال کے لیے یکساں ہی رہتا ہے۔ اس طرح

© copyright reserved to BSTBPC, Government of BIHAR (www.bstbpc.gov.in).
Publishing web/app/books will be a crime. Published by Abdiel Solutions (www.absol.in)

کے سود کو عام سود یا سود مفرد کہتے ہیں۔ جس طرح سالوں کی تعداد بڑھتی جاتی ہے اُسی طرح سود کی رقم بھی۔
بطور مثال 3 سالوں کے لیے 100 روپیہ 12 فیصد سالانہ شرح سے قرض لینے پر 3 سالوں کے بعد سود دینا ہوگا۔

$12+12+12=3\times12=36$ روپیہ

ہم ایک سال سے زیادہ وقت کے لیے عام سود معلوم کرنے کے لیے فارمولا حاصل کر سکتے ہیں۔
اوپر ہم دیکھ چکے ہیں کہ P روپیہ زر اصل کے لیے R% سالانہ کی شرح سے 1 سال بعد سود دینا ہوتا ہے $\frac{R\times P}{100}$

اس لیے T سالوں کے لیے دیا گیا سود مفرد (I) ہوگا:

$$I=\frac{T\times R\times P}{100}=\frac{P\times R\times T}{100} \text{ یا } \frac{PRT}{100}$$

اس لیے T سالوں کے بعد زر کل A ہوگا $A = P + I$

خود کیجئے:

سوال 1- جدول میں دی گئی خالی جگہوں کو پُر کیجئے:

نمبر شمار	زر اصل	سود	زر مخلوط
-1	625 روپیہ	125 روپیہ	750 روپیہ
-2	350 روپیہ	....	700 روپیہ
-3	3200 روپیہ	320 روپیہ	....
-4	....	1750.00	2895.00

سوال 2- سود مفرد معلوم کیجئے۔

(i) زر اصل 4000 روپیہ شرح 6% مدت 3 سال

(ii) زر اصل 900 روپیہ شرح 5.5% مدت 6 سال

سوال 3- زر کل معلوم کیجئے۔

(i) زر اصل 400 روپیہ شرح 5% مدت 2 سال

© copyright reserved to BSTBPC, Government of BIHAR (www.bstbpc.gov.in).
Publishing web/app/books will be a crime. Published by Abdiel Solutions (www.absol.in)

(ii) زر اصل 1000 روپیہ شرح 7.25% مدت 8 ماہ

(iii) زر اصل 1500 روپیہ شرح 6.5% مدت 146 دن

10.6.2- زر اصل، شرح اور مدت کی گنتی

سود مفرد کے سوالوں میں زر اصل (P) شرح (R) اور مدت (T) معلوم ہونے پر ہم سود (I) کی گنتی کرتے ہیں۔ اب اگر ان چاروں رقموں میں سے کوئی تین کی قیمت معلوم ہو تو کیا چوتھی رقم کی قیمت معلوم کر سکتے ہیں۔

آیئے ایک مثال پر غور کرتے ہیں:

مثال: 23 ایک شخص نے بینک سے 1800 روپیہ قرض لیا۔ کچھ دنوں کے بعد وہ بینک میں جاتا ہے تو اسے بتایا گیا کہ زر اصل کے علاوہ اسے 324 روپیہ اور دینا پڑے گا۔ اگر سود کی شرح 6% ہو تو وہ آدمی کتنے دنوں بعد بینک گیا تھا؟

حل: یہاں زر اصل (P) = 1800 روپیہ

شرح (R) = 6%

سود (I) = 324 روپیہ

مدت = ؟

$$\text{ہمیں معلوم ہے، عام سود (I)} = \frac{\text{زر اصل} \times \text{شرح} \times \text{مدت}}{100}$$

$$\text{یا زر اصل} = \frac{\text{عام سود} \times 100}{\text{شرح} \times \text{مدت}} = \text{علامت میں } P = \frac{1 \times 100}{R \times T}$$

$$\frac{1800 \times 6 \times \text{مدت}}{100} = 324$$

$$\text{مدت} = \frac{324}{18 \times 6} = 3 \text{ سال}$$

مثال: 24 انور نے اعجاز سے 5000 روپیہ قرض لیا۔ 2 سال بعد اس نے 6225 روپیہ دے کر اعجاز سے اپنا حساب

© copyright reserved to BSTBPC, Government of BIHAR (www.bstbpc.gov.in).
Publishing web/app/books will be a crime. Published by Abdiel Solutions (www.absol.in)

کر دیا۔ سود کی شرح معلوم کیجئے۔

حل: یہاں زر اصل = 5000 روپیہ زرِکل = 6225 روپیہ مدت = 2 سال

یہاں عام سود نہیں دیا گیا ہے۔ لیکن زر کل دیا گیا ہے اس لیے پہلے سود معلوم کرنا چاہیے۔

عام سود = زر اصل ـ زر کل

= 6225 − 5000 = 1225 روپیہ

$$= \frac{\text{زر اصل} \times \text{شرح} \times \text{مدت}}{100}$$

پہلا طریقہ:

$$\text{سود} \quad \frac{5000 \times \text{شرح} \times 2}{100} = 1225$$

$$\text{شرح} \times 100 = 1225$$

$$\text{شرح} = \frac{1225}{100}$$

$$= 12.25\%$$

دوسرا طریقہ:

$$\text{سود} = \frac{\text{زر اصل} \times \text{شرح} \times \text{وقت}}{100}$$

$$\text{شرح} = \frac{\text{سود} \times 100}{\text{زر اصل} \times \text{مدت}}$$

$$\text{شرح} = \frac{1225 \times 100}{5000 \times 2}$$

$$= 12.25\%$$

مثال: 25 10% سالانہ کے حساب سے کس رقم کا 26 مارچ 2009 سے 19 اگست 2009 تک کا سود 140 روپیہ ہوگا۔

حل: یہاں شرح = 10%، سود = 140 روپیہ

مارچ	اپریل	مئی	جون	جولائی	اگست	کل
5	30	31	30	31	19	146

مدت = 146 دن = 146/365 سال = 2/5 سال (مارچ کے 26 دن 5 دن چھوڑ کر)

© copyright reserved to BSTBPC, Government of BIHAR (www.bstbpc.gov.in).
Publishing web/app/books will be a crime. Published by Abdiel Solutions (www.absol.in)

$$\text{زر اصل} = \frac{100 \times \text{عام سود}}{\text{شرح} \times \text{مدت}}$$

$$\frac{140 \times 100}{10 \times \frac{2}{5}} = \frac{140 \times 100 \times 5}{10 \times 2} = 3500 \text{ روپیہ}$$

مثال: 26 کتنی مدت میں 550 روپیہ 10 فیصد سالانہ عام سود کی شرح سے 660 روپیہ ہو جائیں گے۔

حل: یہاں زر اصل = 550 روپیہ زر کل = 660 روپیہ شرح = 10% مدت = ؟

سود = زر اصل – زر کل

$= 660 - 110 = 550$

$$\text{مدت} = \frac{100 \times \text{سود}}{\text{شرح} \times \text{مدت}}$$

$$= \frac{110 \times 100}{10 \times 550} = 2 \text{ سال}$$

خود کیجیے:

1- کسی رقم کا 12.5 فیصد سالانہ شرح سے 4 سال کا سود 250 روپیہ ہے، تو وہ رقم معلوم کیجیے۔

2- کتنے فیصد سالانہ سود کی شرح سے 600 روپیہ 3 سالوں میں 744 روپیہ ہو جائے گا؟

3- کتنی مدت میں کوئی رقم 10 فیصد سالانہ سود کی شرح سے دوگنا ہو جائے گا؟

سوالنامہ

1- 750 روپیہ کا 9% سالانہ سود کی شرح سے 6 سالوں کا سود معلوم کیجیے۔

2- 500 روپیہ کا 1 روپیہ 50 پیسے فی سیکڑا ماہانہ کی شرح سے 15 مہینے کا سود معلوم کریں۔

3- کتنے فیصد سالانہ سود کی شرح سے کوئی زر اصل 4 سالوں میں اپنا سوا گنا ہو جائے گا؟

4- کتنے فیصد سود کی شرح سے 450 روپیہ تین سالوں میں 504 روپیہ ہو جائے گا؟

5- اگر کوئی زر کل 5 سالوں میں زر اصل کا 5/4 ہو جاتا ہے تو سود کی شرح معلوم کیجیے۔

© copyright reserved to BSTBPC, Government of BIHAR (www.bstbpc.gov.in).
Publishing web/app/books will be a crime. Published by Abdiel Solutions (www.absol.in)

6- کتنے سالوں میں 5% سالانہ سود کی شرح سے 600 روپیہ کا زرِ مخلوط 700 روپیہ ہو جائے گا؟

7- کتنی مدت میں $6\frac{1}{2}$ سالانہ سود کی شرح سے کوئی رقم دوگنی ہو جائے گی؟

8- 12% سالانہ سود کی شرح سے کون سی رقم 5 سالوں میں 400 روپیہ ہو جائے گا؟

9- کتنی رقم 5% سالانہ سود کی شرح سے 8 سالوں میں 560 روپیہ ہو جائے گا؟

10- کتنی رقم کا 6% سالانہ سود کی شرح سے 2.5 سال میں وہی سود ہوگا جو 400 روپیہ کا 5 سالانہ سود کی شرح سے 3 سالوں میں ہوگا؟

ہم نے سیکھا

1- اپنی روزمرہ کی زندگی میں ہمیں ہمیشہ دو اعداد کے درمیان موازنہ کرنا پڑتا ہے۔ یہ عدد اونچائی، وزن، تنخواہ، حاصل نمبر وغیرہ ہو سکتی ہے۔

2- دو عدد a اور b کا موازنہ کرنے پر ہم اسے نسبت شکل میں a:b لکھتے ہیں۔

3- دو نسبتوں کا موازنہ انھیں یکساں نسب نما والے کسروں سے بدل کر کیا جا سکتا ہے۔ اگر دونوں یکساں نسب نما والے کسر یکساں ہیں تب ہم کہتے ہیں کہ دونوں نسبت بھی مساوی نسبت ہے۔

4- اگر دو نسبت مساوی ہیں تب ان کے چاروں ارکان ایک تناسب بناتے ہیں۔ مثال کے طور پر دو نسبت a:b اور c:d مساوی ہیں۔ اس لیے a,b,c اور d تناسب میں ہیں۔

5- موازنہ کرنے کا ایک طریقہ فیصد بھی ہے۔ کسر جن کے نسب نما 100 ہوتے ہیں، ان کے شمار کنندہ فیصد ظاہر کرتے ہیں۔ فیصد کا مطلب ہوتا ہے ہر سو پر۔ مثال کے طور پر 5/100 کو 5% بھی کہا جاتا ہے۔

6- کسروں کو فیصد میں بدلا جا سکتا ہے اور فیصد کو کسروں میں اور اعشاریہ کسروں میں بدلا جا سکتا ہے۔

7- فیصد کا ہمارے روزمرہ میں عام استعمال ہے:

(i) جب ہمیں کسی رقم کا فیصد معلوم ہو تو ہم وہ مکمل رقم معلوم کر سکتے ہیں۔

© copyright reserved to BSTBPC, Government of BIHAR (www.bstbpc.gov.in).
Publishing web/app/books will be a crime. Published by Abdiel Solutions (www.absol.in)

(ii) اگر ہمیں کسی رقم کے حصوں میں نسبت دیا ہوتو ہم انھیں فیصد میں بھی بدل سکتے ہیں۔

(iii) کسی رقم کا گھٹنا یا بڑھنا بھی فیصد میں دکھایا جا سکتا ہے۔

(iv) کسی چیز کا خرید قیمت میں ہوئے نفع یا نقصان کو بھی فیصد میں دکھایا جا سکتا ہے۔

(v) قرض لی گئی رقم پر سود کے حساب کے لیے اس کی شرح فیصد میں ہی دی جاتی ہے۔

8- (i) کسی نسبت کو فیصد میں بدلنے کے لیے نسبت کو کسر کی شکل بدلتے ہیں۔

(ii) کسی نسبت کو فیصد میں بدلنے کے لیے کسر کو 100 سے تقسیم کر کے فیصد کا نشان (%) اس کے ساتھ لگا کر حساب کرتے ہیں۔

© copyright reserved to BSTBPC, Government of BIHAR (www.bstbpc.gov.in).
Publishing web/app/books will be a crime. Published by Abdiel Solutions (www.absol.in)